

Génération de maillages tétraédriques adaptatifs de structures anatomiques pour la simulation électromagnétique et thermique

J. Dardenne

Université de Lyon, CNRS

Université Lyon 1, AMPERE lab, UMR5005, F-69621 Villeurbanne, France

INSA-Lyon, CREATIS-LRMN lab, UMR5220, Inserm U630, F-69621 Villeurbanne, France

Résumé — Dans cet article, nous présentons une nouvelle méthode de création de structures anatomiques maillées par des tétraèdres dans le but de simuler les phénomènes résultant d'une exposition volontaire ou involontaire du corps humain à des ondes radiofréquences. Cette représentation maillée sera utilisée pour résoudre, par la méthode des éléments finis, les équations de Maxwell, pour la partie électromagnétique, et l'équation de Pennes pour la partie thermique. Nous proposons une nouvelle méthode, rapide et robuste, de construction du maillage à partir d'un ensemble de voxels. La représentation maillée devra avoir des caractéristiques adaptées à la résolution, par la méthode des éléments finis, des phénomènes étudiés. Les caractéristiques importantes sont: le respect de la géométrie des organes du corps humain, la forme et la taille des éléments tétraédriques qui ont une incidence sur la précision du résultat.

I. INTRODUCTION

Dans son environnement quotidien, l'homme est volontairement ou involontairement exposé à des champs électromagnétiques radiofréquences [3]. Les expositions volontaires concernent généralement l'utilisation de l'électromagnétisme en médecine, Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) ou traitement de tumeurs par hyperthermie. Les expositions involontaires interviennent dans un environnement professionnel (soudure haute-fréquence) ou quotidien (téléphonie mobile). De nombreuses publications traitent la modélisation des phénomènes électromagnétiques dans le corps humain. Un modèle numérique 3D basé sur les éléments finis d'arête a été mis au point dans le cadre de la planification des traitements par hyperthermie [13]. Ce modèle permet de calculer la répartition du Débit d'Absorption Spécifique (DAS ou SAR: *Specific Absorption Ratio*), il est utilisé pour optimiser les sources de rayonnement. L'objectif final est de déterminer la distribution de température induite dans le corps humain. Dans un premier temps, la distribution du champ électrique \mathbf{E} est obtenue en résolvant :

$$\nabla \cdot \frac{1}{\mu_r} \nabla \mathbf{E} - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \mathbf{J} \quad (1)$$

avec

$$k_0 = \omega \mu_0 \epsilon_0 \quad (2)$$

où k_0 est la constante de propagation du champ électromagnétique et \mathbf{J} la densité du courant électrique (A/m^2), μ_r est la perméabilité et ϵ_r est la permittivité relative complexe. La puissance déposée par le champ électrique \mathbf{E} dans un tissu est donnée par :

$$DAS = \frac{1}{2} \frac{\sigma |\mathbf{E}|^2}{\rho} \quad (3)$$

où σ est la conductivité électrique du tissu (S/m), et ρ sa masse volumique (kg/m^3).

Dans un second temps, nous estimons la distribution de température dans le corps humain grâce à l'équation de bio-chauffage (ou équation de Pennes) :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) - C_b \omega_b (T - T_a) + Q_{em} + Q_m \quad (4)$$

où C est la chaleur spécifique du tissu ($J/(kg \cdot ^\circ C)$), k représente la conductivité thermique, ω_b est le débit sanguin ($kg/(m^3 \cdot s)$), C_b est la chaleur spécifique du sang ($J/(kg \cdot ^\circ C)$), T_a est la température des artères ($^\circ C$), Q_m représente la chaleur produite par le métabolisme et Q_{em} est le terme prenant en compte la chaleur produite par le champ électrique \mathbf{E} au travers le DAS. Ce modèle prend en compte le phénomène de vascularisation par le terme $C_b \omega_b (T - T_a)$.

Pour résoudre les problèmes physiques (1-4), il est nécessaire, dans une première étape, de générer un maillage du corps humain prenant en compte sa structure complexe.

II. MÉTHODES DE GÉNÉRATION DE MAILLAGES

Il existe principalement trois approches pour créer un maillage tétraédrique : les méthodes frontales, les méthodes

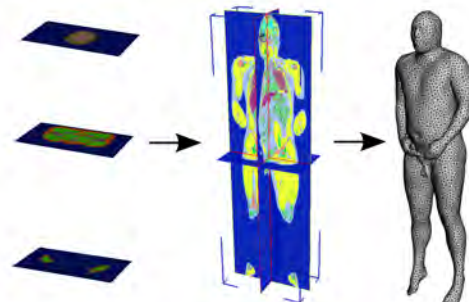


Fig. 1. Processus de discrétisation

basées sur la triangulation de Delaunay et celles basées sur un partitionnement hiérachique de l'espace.

A. Méthodes frontales

Elles consistent à construire un maillage élément par élément en créant de manière optimale de nouveaux noeuds et en les connectant aux éléments déjà créés [5]. Un front initial est formé par les éléments (arêtes en 2D où faces en 3D) correspondant à la discrétisation des frontières du domaine d'étude. Partant de l'un de ces éléments, un point est choisi ou construit puis connecté avec celui-ci pour former une cellule (triangle où tétraèdre). Le front est alors mis à jour et le même processus est poursuivi tant que le front n'est pas vide. Cette méthode est facile à implémenter en 2D mais pose un certain nombre de difficultés en 3D du point de vue de la convergence et de la qualité du maillage réalisé.

B. Méthodes de type "Delaunay"

Ces méthodes sont liées au diagramme de Voronoï. Les cellules de ce diagramme V_c recouvrent l'espace du domaine sans chevauchement. La technique de maillage de type "Delaunay" est une procédure itérative qui construit la triangulation du domaine en insérant des points internes et en vérifiant le critère de Delaunay. Ce critère, ou critère de la boule vide, indique qu'il n'existe aucun noeud dans la boule (respectivement dans le cercle en deux dimensions) circonscrite à chaque tétraèdre (respectivement à chaque triangle). En trois dimensions, le critère de Delaunay est insuffisant pour garantir un maillage volumique de qualité. Des éléments nommés *slivers* (tétraèdres plats) peuvent être créés, ceux-ci ont un facteur de forme qui peut être critique pour la résolution par éléments finis [4]. De nombreuses difficultés apparaissent aussi lors des triangulations contraintes. La construction des points internes aux domaines n'étant pas simple [11].

C. Méthodes basées sur un partitionnement hiérarchique

Ces méthodes reposent sur un partitionnement hiérarchique du domaine d'étude [8, 9]. Le domaine est inclus dans une partition contenant des cellules cubiques disjointes. Ces cellules, de tailles variables, sont subdivisées récursivement afin de capturer la frontière ou satisfaire un critère sur la taille des éléments. Les cellules extérieures au domaine à mailler sont supprimées. Les cellules restantes sont décomposées en tétraèdres. L'ensemble de ces tétraèdres formera alors le maillage du domaine. L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle tend à générer des éléments de mauvaise qualité sur la frontière du domaine.

D. Discussion

Ces approches ont un point commun: elles construisent un maillage tétraédrique à partir d'un maillage surfacique. Cela apporte des contraintes difficiles à satisfaire lorsque deux surfaces sont voisines. La qualité de l'interface entre organes affecte alors le maillage volumique et engendre des éléments tétraédriques avec de mauvais facteurs de forme (plats et/ou avec des angles aigus) pénalisant le conditionnement des matrices de la Méthode par Éléments Finis (MEF). Il a été démontré dans [12] que la forme des éléments du maillage peut augmenter les temps de calculs et réduire la précision de la MEF. L'approche classique d'obtention d'un maillage avec des rapports d'aspects raisonnables passe par un remaillage où les éléments qui ont un mauvais rapport

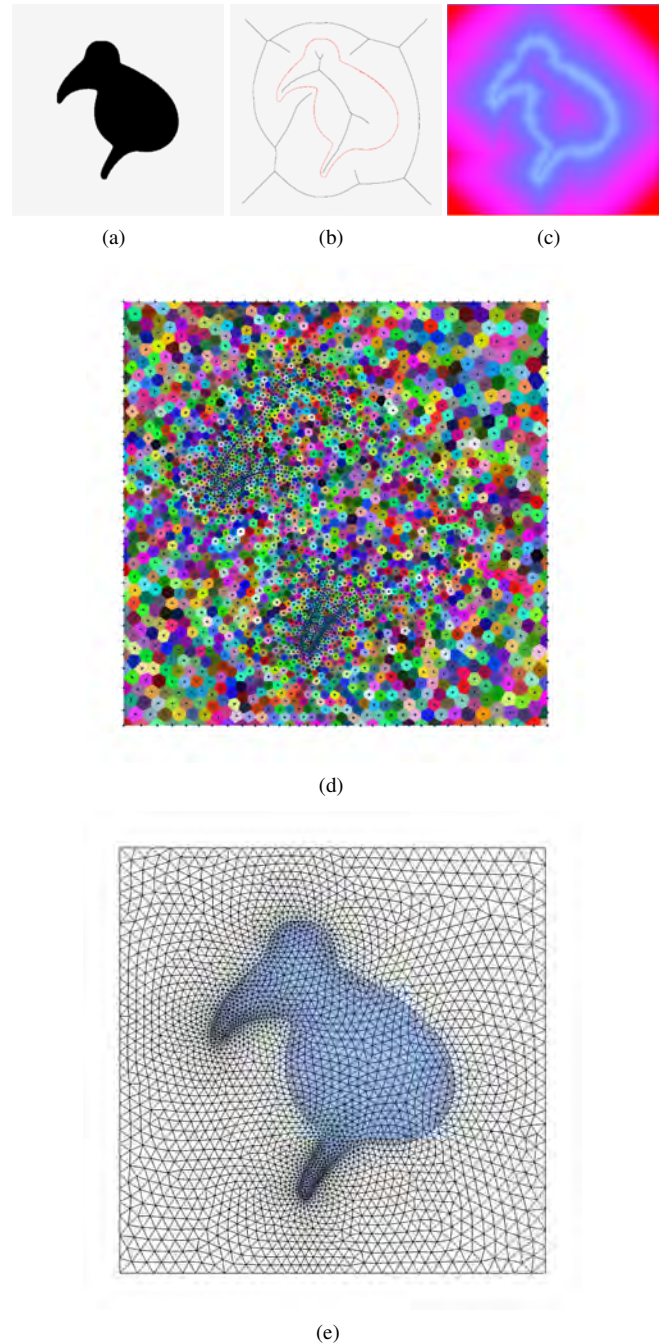


Fig. 2. Une approximation de l'axe médian (b) de l'image (a) est calculée. Une carte de densité est alors calculée (c). Un Diagramme de Voronoï Centroidal (d) de (a) est calculé en prenant en compte (c). Le dual de ce diagramme est obtenu (e) et constitue notre maillage.

d'aspect sont remplacés. Une variable importante dans cette stratégie est le choix du critère de qualité. De nombreux critères sont disponibles dans la littérature, nous présentons ici deux critères souvent cités [12]. Le critère Q_1 correspond à l'angle dièdre minimal. Nous notons qu'un tétraèdre régulier possède six angles dièdres qui valent $\arccos(1/3)$ soit $70^\circ,5$. Le critère Q_2 cité dans [12] est défini par:

$$Q_2 = \frac{12}{\bar{l}} \cdot (3 \cdot V)^{2/3} \quad (5)$$

où \bar{l} est la longueur moyenne des arêtes du tétraèdre et V son volume. Ce critère est normalisé entre 0 et 1. Une valeur proche de 0 signifie un mauvais facteur de forme. Une valeur de 1 correspond au tétraèdre régulier.

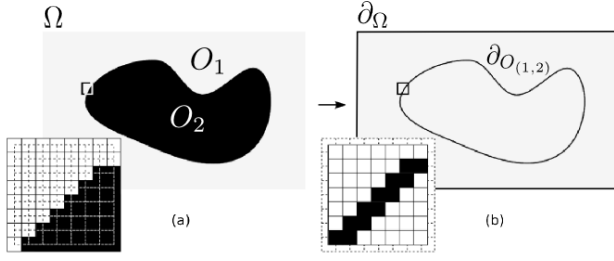


Fig. 3. Representation du graphe primaire et dual.

III. DÉFINITIONS

Les objets discrets sont définis par un sous-ensemble de pixels ou de voxels. Nous pouvons noter que le domaine à mailler Ω peut s'écrire par l'union des objets O_i :

$$\Omega = \cup_i O_i \quad (6)$$

Nous définissons les frontières du domaine à mailler par ∂_O :

$$\partial_O = \partial_\Omega \cup [\cup_{i,j} \partial_{O_{i,j}}] \quad (7)$$

où ∂_Ω représente la frontière du domaine et $\partial_{O_{i,j}}$, la frontière entre les objets O_i et O_j .

Les sommets, arêtes et faces seront des éléments frontières de l'objet. Pour des raisons de clarté, nous expliquons notre approche en deux dimensions (fig. 3). A une image (resp. un volume) est associée un graphe tel que, pour chaque pixel (resp. chaque voxel), un sommet lui est associé et les pixels (resp. les voxels) voisins sont connectés par une arête [7]. Ce graphe, dit primaire ou de voisinage, est noté $G = (V, E)$. Où V et E sont respectivement, l'ensemble des sommets et l'ensemble des arêtes du graphe. Le dual de ce graphe \bar{G} représente les arêtes inter-pixels et les sommets inter-pixels.

IV. NOTRE APPROCHE

Nous proposons une méthode de génération d'un maillage tétraédrique qui s'adapte à la forme des régions d'un objet volumique. Notre approche porte sur la génération de maillages d'images médicales, directement à partir des voxels d'un volume discret: coupes tomographiques ou IRM (figure 1). Notre approche n'utilise pas un maillage surfacique initial ce qui nous offre des libertés supplémentaires pour construire les tétraèdres. La première étape consiste à partitionner les données discrètes (voxels) en n cellules C_i en approximant un Diagramme de Voronoï Centroidal. Ce partitionnement prend en compte la fonction de densité de tétraèdres désirée $\rho(x)$ et un ensemble de contraintes pour placer correctement les sites z_i des cellules de Voronoï au voisinage des frontières ∂_O . La seconde étape consiste à construire la triangulation entre les sites z_i . Une arête de la triangulation est médiatrice d'une arête de Voronoï (resp. une facette en 3D). Enfin il faut attribuer à chaque tétraèdre une région de l'objet. La figure 2 résume la succession des étapes du processus de maillage, sur un exemple 2D. Nous partons d'une image (a). Une approximation de l'axe médian (b) est créée en utilisant l'approche décrite dans [6]. Nous calculons ensuite une carte $\rho(x)$ [2] traduisant la densité locale de tétraèdres souhaitée (c). Nous calculons le Diagramme de Voronoï Centroidal (d) de l'image (a) en prenant en compte les poids $\rho(x)$ issus de (c). Le dual de ce diagramme est construit (e) et constitue le maillage.

A. Partitionnement de l'espace

La première étape de cette méthode est l'obtention d'une approximation d'un Diagramme de Voronoï Centroidal (DVC). Où chaque site de Voronoï z_i est aussi le centre de gravité de sa cellule :

$$z_i = \frac{\int_{C_i} x \cdot \rho(x) dx}{\int_{C_i} \rho(x) dx} \quad (8)$$

Les DVCs minimisent le terme d'énergie suivant :

$$E_V = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{p_j \in C_i} \int_{p_j} \rho(x) \|x - z_i\|^2 dx \right) \quad (9)$$

où x est un point de l'espace, $\rho(x)$ la fonction de densité associée et C_i est une cellule de Voronoï. Nous minimisons E_V , c'est à dire nous maximisons la compacité des régions [15]. Le critère d'énergie pour l'ensemble des cellules de Voronoï se simplifie en:

$$F = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{p_j \in C_i} \rho_j z_i^T (z_i - 2\gamma_j) \right] \quad (10)$$

avec

$$\rho_j = \int_{p_j} \rho(x) dx \quad (11)$$

$$\gamma_j = \frac{1}{\rho_j} \int_{p_j} x \cdot \rho(x) dx \quad (12)$$

où p_j est un élément de \bar{G} , ρ_j est le poids associé à p_j , γ_j représente le barycentre de p_j .

Nous définissons un ensemble B_i pour chaque région de Voronoï par :

$$B_i = C_i \cap \partial_O \quad (13)$$

Finalement, la position des sites z_i dépend des conditions suivantes :

- Si la cellule C_i ne coupe pas ∂_O ($B_i = \emptyset$), nous sommes dans le cas non-contraint. Nous fixons z_i au barycentre de la cellule : $z_i = G_i$.

$$z_i = G_i = \frac{\sum_{C_i} \rho_j \cdot \gamma_j}{\sum_{C_i} \rho_j} \quad (14)$$

- Si la cellule C_i contient une partie de la frontière $\partial_{O_{m,n}}$ ($B_i \neq \emptyset$), nous sommes dans le cas contraint et le site de la région est fixé au barycentre de la frontière :

$$z_i = \frac{\sum_{B_i} \rho_j \cdot \gamma_j}{\sum_{B_i} \rho_j} \quad (15)$$

Ces conditions sont illustrées dans la figure 4. Grâce à cette méthode, nous pouvons répartir N cellules de Voronoï dans l'espace en préservant les frontières du domaine ∂_O et en imposant une densité de tétraèdres variable par la densité $\rho(x)$.

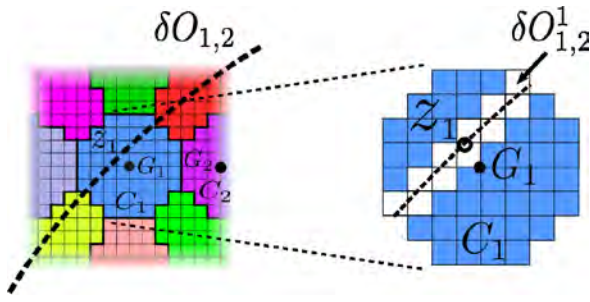


Fig. 4. La cellule C_1 est dite "contrainte". Le site z_1 est estimé à partir de $\partial O_{1,2}^1$ qui représente le sous-ensemble frontière de la cellule C_1 . La cellule C_2 est dite "non contrainte" car elle n'est pas liée à une frontière.

B. Maillage

Dans le cas général un diagramme de Voronoï est associé à un nuage de points, il forme un ensemble de cellule dont le dual géométrique est la triangulation de Delaunay (fig. 5). Les sommets du diagramme de Voronoï sont les centres des cercles circonscrits aux triangles. Les arêtes de Voronoï (resp. des polygones en trois dimensions) sont les médiatrices des arêtes de la triangulation de Delaunay. Cette définition est dans un espace continu.

Dans [15], il a été établi une approximation discrète du Diagramme de Voronoï Centroidal où la triangulation est construite à partir du dual du diagramme. Nous utilisons cette approche pour regrouper des voxels et former par la suite le maillage.

Notre algorithme de partitionnement créé une approximation du diagramme de Voronoï mais deux types d'ambiguïtés dues au partitionnement d'un espace discret sont alors recensées dans les configurations suivantes:

- Au moins quatre cellules de Voronoï forment un cycle dans un plan,
- Au moins quatre cellules de Voronoï sont adjacentes entre elles.

La première ambiguïté produit une insuffisance du nombre d'arêtes et la seconde un surplus. Il en résulte un manque ou un surplus de tétraèdres dans les zones d'ambiguïtés. Les relations d'adjacence entre les cellules de Voronoï permettent de construire l'ensemble Γ des tétraèdres admissibles.

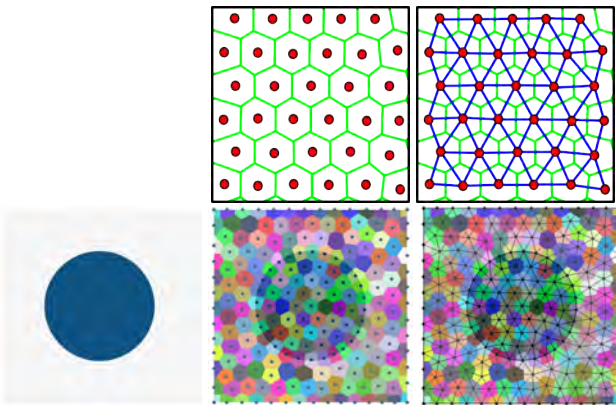


Fig. 5. Haut, de gauche à droite : ensemble de n points, diagramme de Voronoï continu, triangulation de Delaunay. Bas: image segmentée (pixels), diagramme de Voronoï discret, triangulation de Delaunay.

Propagation par front d'onde: Nous utilisons un algorithme de propagation par front d'onde (algorithme "glouton") pour construire le maillage en utilisant les tétraèdres de Γ . Deux tétraèdres adjacents sont sélectionnés dans une région de Γ sans ambiguïté. Le front est créé avec les faces externes des deux tétraèdres construits. Nous ajoutons ensuite des tétraèdres jusqu'à ce que le front coïncide avec $\partial\Omega$. Pour résoudre les ambiguïtés, nous utilisons localement une triangulation de Delaunay contrainte [10].

Optimisation topologique: Nous utilisons un ensemble de modifications topologiques du maillage pour augmenter sa qualité. Nous ne procédons pas à des insertions ou suppressions de sommets mais nous modifions la connectivité de ces sommets (bascules d'arêtes en 2D). En trois dimensions, ces opérations peuvent ajouter ou supprimer des arêtes ou des faces et peuvent modifier le nombre de tétraèdres. Nous notons ces transformations par le nombre de tétraèdres (fig. 6) d'origine m et le nombre de tétraèdres d'arrivée n sous la forme $m - n$:

- La transformation 3-2 porte sur la configuration formée par trois tétraèdres partageant une même arête. On notera que cette transformation peut être généralisée sur m tétraèdres partageant une même arête. Dans ce cas le cycle des tétraèdres autour de cette arête forme un polygone qui est ensuite triangulé. Les faces de cette triangulation sont associées aux sommets de l'arête pour former la nouvelle configuration de tétraèdres. Cette transformation topologique supprime une arête et ajoute une ou plusieurs faces.
- La transformation 2-3 est l'inverse de la transformation 3-2. On notera que cette transformation peut être étendue à son voisinage. L'extension consiste à regarder si les tétraèdres des faces voisines de la face courante forment un polyèdre convexe. Notons que cette transformation topologique supprime une ou plusieurs faces et construit une arête.
- La transformation 5-4 permet de supprimer les mauvais éléments nommés "slivers" (tétraèdre plat). Elle supprime le tétraèdre adjacent aux quatre autres et les oriente dans le même sens.

L'algorithme de transformation nécessite les opérations suivantes. Une queue de priorité $Q_{(i,qual)}$ est créée, elle est constituée d'un ensemble d'éléments i et de l'indice de qualité $qual$ associé à l'élément i ou un élément voisin de i . L'élément i choisi étant toujours celui ayant le moins bon facteur de forme. La queue de priorité contient tous les éléments du maillage ne satisfaisant pas le critère désiré. Les opérations topologiques sont réalisées jusqu'à la satisfaction du critère de qualité désiré ou lorsque aucune nouvelle transformation ne peut plus être effectuée.

Restauration de frontière: Il est nécessaire de rappeler que nous ne connaissons pas, a priori, la frontière du domaine après le partitionnement. Notre connaissance porte uniquement sur un ensemble de sommets qui appartient ou n'appartient pas à la frontière du domaine. Il en résulte des ambiguïtés topologiques sur la frontière. Dans notre algorithme, chaque tétraèdre est alloué à un objet en comptabilisant les voxels qu'il contient. Si des voxels appartiennent à deux objets différents, le tétraèdre est alloué à la classe dominante. Le processus d'allocation permet alors de résoudre

V. RÉSULTATS

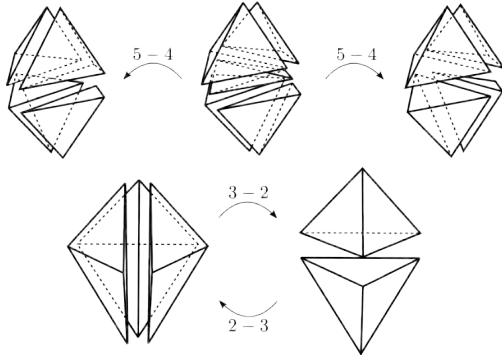


Fig. 6. Exemple de bascules 5-4, 2-3 et 3-2.

les ambiguïtés topologiques en détectant les tétraèdres appartenant initialement à deux régions du domaine. Nous procédons alors à une transformation 3-2 pour corriger la frontière du domaine. Un exemple 2D du processus est illustré par la figure (7).

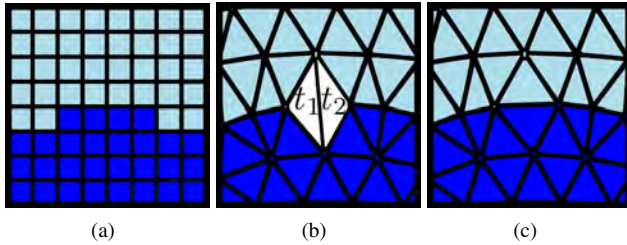


Fig. 7. Image composée de deux régions (a), la triangulation obtenue (b) possède une ambiguïté topologique: les triangles t_1 et t_2 appartiennent à deux régions, la restauration de la frontière (c) est réalisée par une bascule d'arête.

Maillage adaptatif: Nous souhaitons avoir une densité de tétraèdre plus importante dans les régions complexes et étroites. Cette densité est nécessaire pour avoir une bonne précision locale dans la méthode par éléments finis. Nous avons proposé dans [6] une méthode de calcul de l'axe médian à partir d'un DVC contraint. L'axe médian permet de définir la carte de densité [2] de façon à mailler plus finement certaines régions du domaine d'étude (fig. 8).

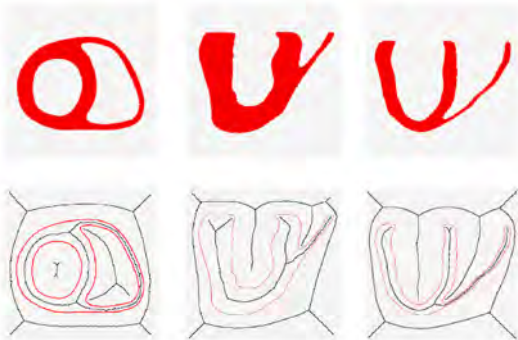


Fig. 8. Trois coupes de l'image 3D d'un coeur segmenté et leurs axes médians respectifs.

Dans cette section, nous présentons une comparaison de nos résultats avec ceux obtenus à partir du logiciel AMIRA. AMIRA est un système de modélisation et de visualisation 3D, il permet de générer des maillages à partir d'isosurfaces, de maillages surfaciques ou de données discrètes [1]. Nous avons réalisé un comparatif à partir d'une sphère de diamètre 200 mm, dont nous connaissons la formulation analytique [14] du problème thermique (4).

Nous générons, à l'aide de AMIRA, deux maillages S_1 et S_2 , le premier maillage est construit à partir d'une isosurface et le second à partir de voxels. Un troisième maillage nommé S_3 est généré avec notre méthode avec le même ensemble de voxels. La figure 9 représente les histogrammes de qualité Q_1 , Q_2 , des tétraèdres associés aux maillages S_1 , S_2 , S_3 . Pour les deux critères, la qualité des tétraèdres obtenus avec notre méthode est très supérieure à celle que nous avons obtenue avec AMIRA. Nous calculons l'erreur de discrétisation avec la distance de Hausdorff pour S_2 et S_3 en prenant comme référence S_1 . Nous prenons S_1 car il a été générée à partir d'une isosurface. La distance mesurée vaut 0.31% de la diagonale de la boîte englobante pour S_2 et 0.17% pour S_3 . Ainsi, l'erreur pour notre méthode est environ deux fois moins importante. Le tableau I comporte la moyenne et la valeur minimale des critères de qualité Q_1 , Q_2 pour l'ensemble des tétraèdres de S_1 , S_2 et S_3 . Les lignes ϵ_{max} et ϵ_{rms} donnent l'erreur maximale et l'erreur quadratique moyenne entre le résultat de la simulation par la MEF (4) et la solution analytique exacte. Ces valeurs montrent que notre maillage S_3 apporte une erreur moins importante que S_2 . Cette erreur est cependant supérieur à celle de S_1 . Nous interprétons ce résultat par le rôle prépondérant de la surface de la sphère en régime thermique, or dans S_1 , cette surface est bien définie par un maillage surfacique. Les deux dernières lignes du tableau montrent le nombre d'itérations nécessaire pour résoudre les équations électromagnétiques (1) et thermiques (4). Pour les deux résolutions par MEF, notre méthode apporte une qualité des tétraèdres qui permet une réduction significative du temps de calcul.

	S_1	S_2	S_3
$\overline{Q_1}$	51.97°	50.88°	56.32°
$\overline{Q_2}$	0.843	0.824	0.911
$\min(Q_1)$	13.41°	10.12°	16.31°
$\min(Q_2)$	0.362	0.282	0.376
ϵ_{max}	0.035°C	0.094°C	0.047°C
ϵ_{rms}	0.010	0.061	0.025
Nombre d'arêtes	100875	102274	101027
Nombre d'itérations (1)	171	205	121
Nombre d'itérations (4)	5002	5004	4004

TABLEAU I. Qualité du maillage et précision pour la résolution par MEF de (1) et (2). Notre méthode: maillage S_3 . AMIRA: maillages S_1 , S_2 .

La figure 10 illustre les étapes successives de notre méthode pour l'image segmenté d'un coeur humain obtenu par IRM.

VI. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Notre approche permet d'obtenir un maillage avec une densité non uniforme de tétraèdres de très bonne qualité. L'un des avantages de notre méthode est de traiter directement les voxels de l'image 3D. Les travaux futurs porteront

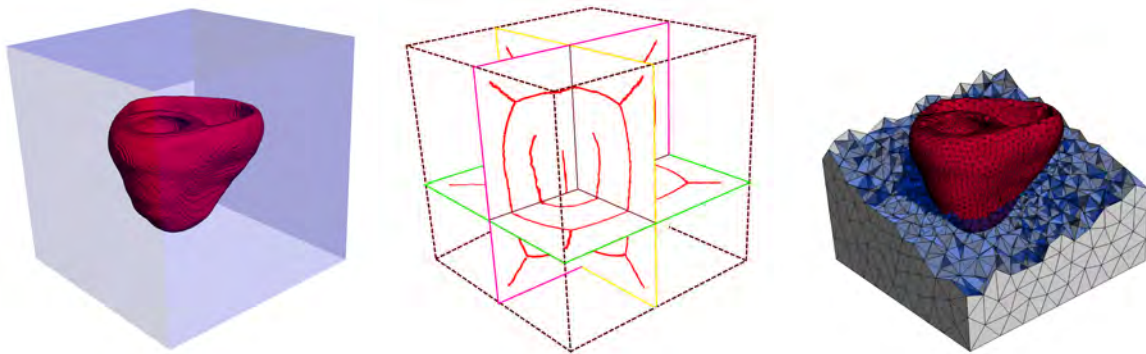


Fig. 10. De gauche à droite : un coeur humain issue de coupes IRM segmentées, son axe médian, sa représentation maillée avec 52342 tétraèdres.

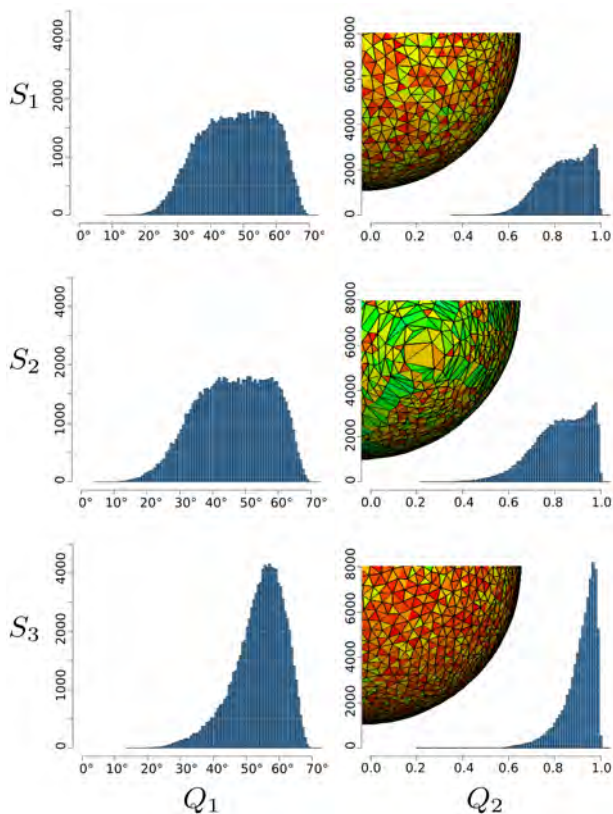


Fig. 9. Histogrammes de qualité associés aux maillages S_1 , S_2 générés avec AMIRA et notre méthode S_3 pour les critères Q_1 , Q_2 .

sur le maillage d'un corps entier et l'étude de l'évolution de sa température en fonction du champ électrique. Par ailleurs, nous allons intégrer notre approche dans le simulateur électromagnétique et thermique de façon à accélérer les calculs MEF grâce à la construction progressive du maillage en terme de résolution spatiale (de grossier à fin).

VII. REMERCIEMENTS

Les données du coeur humain ont été fournies par le Dr Patrick Clarysse CREATIS-LRMN Lyon. Ce travail est supporté, en partie, par le projet BioRFMod (ANR-06-JCJC-0124-01) et la région Rhône Alpes, Cluster 2 ISLE, PP3, sous-projet I3M: Imagerie Médicale et Modélisation Multiéchelles : du petit animal à l'Homme.

RÉFÉRENCES

- [1] <http://www.amiravis.com/>
- [2] Alliez, P., Cohen-Steiner, D., Yvinec, M., Desbrun, M.: Variational tetrahedral meshing. *ACM Transactions on Graphics* **24**(3), 617–625 (2005)
- [3] Burais, N., Nadi, M.: Environnements électromagnétiques et santé. In: *Energie portable : autonomie et intégration dans l'environnement humain*, pp. 135–144 (2002)
- [4] Cheng, S.W., Dey, T.K., Edelsbrunner, H., Facello, M.A., Teng, S.H.: Sliver exudation. In: *SCG '99: Proceedings on Computational geometry*, pp. 1–13 (1999)
- [5] Choi, W.Y., Kwak, D.Y., Son, I.H., Im, Y.T.: Tetrahedral mesh generation based on advancing front technique and optimization scheme. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **58**, 1857–1872 (2003)
- [6] Dardenne, J., S.Valette, S., Siauve, N., Prost, R.: Medial axis approximation with constrained centroidal voronoi diagrams on discrete data. In: *Computer Graphics International*, pp. 299–306 (2008)
- [7] Kovalevsky, V.A.: Finite topology as applied to image analysis. *Comput. Vision Graph. Image Process.* **46**(2), 141–161 (1989)
- [8] Labelle, F., Shewchuk, J.R.: Isosurface stuffing: Fast tetrahedral meshes with good dihedral angles. In: *Special issue on Proceedings of SIGGRAPH 2007*, vol. 26, p. 57 (2007)
- [9] Mitchell, S.A., Vavasis, S.A.: Quality mesh generation in higher dimensions. *SIAM J. Comput.* **29**(4), 1334–1370 (2000)
- [10] Shewchuk, J.R.: A condition guaranteeing the existence of higher-dimensional constrained delaunay triangulations. In: *SCG '98: Proceedings on Computational geometry*, pp. 76–85 (1998)
- [11] Shewchuk, J.R.: Tetrahedral mesh generation by delaunay refinement. In: *SCG '98: Proceedings on Computational geometry*, pp. 86–95 (1998)
- [12] Shewchuk, J.R.: What is a good linear element? interpolation, conditioning, and quality measures. In: *In Eleventh International Meshing Roundtable*, pp. 115–126 (2002)
- [13] Siauve, N., Nicolas, L., Vollaire, C., Nicolas, A., Vasconcelos, J.: Optimization of 3d sar distribution in local hyperthermia. *IEEE Transactions on Magnetics* **40**(2), 1264–1267 (2004)
- [14] Thiele, J., Golombek, M., Dössel, O.: Thermal heating of human tissue induced by electromagnetic fields of magnetic resonance imaging. *Biomedizinische Technik* **47**(2), 743–746 (2002)
- [15] Valette, S., Chassery, J.M., Prost, R.: Generic remeshing of 3d triangular meshes with metric-dependent discrete voronoi diagrams. *IEEE Trans Visu Comp Graph* pp. 369–381 (2008)