

Actes de la Journée MIS 2016

1/ François TAVERNIER	Krähenbühl-Bréard-Voyer	M1	Développement Multipolaire en Harmoniques Sphériques, Sphéroïdales et Cylindriques appliqué à la modélisation de source de rayonnement en Compatibilité Electromagnétique
2/ Hassan CHEAITO	Vollaire	M1	Compatibilité électromagnétique des convertisseurs de puissance : virtualisation des essais de susceptibilité électromagnétique
3/ Setareh JAVANMARDI	Bideaux-Trégouët-Trigui	M2-M1	Méthodologie d'analyse de la sensibilité du groupe motopropulseur au comportement de conduite en vue de la conception de modes économiques efficaces
4/ Sérgio WAITMAN	Scorletti-Bako-Massioni	M1	Une approche affine par morceaux de la performance non linéaire
5/ Amokrane MALOU	Lin Shi	EE/M2	Stabilité d'un convertisseur Buck-Boost intégré
6/ Zhao LI	Krähenbühl-Bréard-Voyer	M1	Développement Multipolaire en Harmoniques Sphériques et propagation des incertitudes appliqués à la modélisation de source de rayonnement en Compatibilité ElectroMagnétique
7/ Maxime PELTIER	Brun	M2	Modélisation et contrôle d'un frein électromécanique : applications automobiles
8/ Christophe SAVARD	Niel-Pietrac-Sari-Venet	M3	Amélioration de la fiabilité des Systèmes de Stockage de l'Énergie Électrique multicellulaire par circuits d'équilibrage reconfigurables
9/ Samuel EKE	Clerc, Aka	M3	Stratégie d'Évaluation de l'état des transformateurs : Esquisse de Solutions pour la Gestion Intégrée des Transformateurs Vieillissants

Modélisation des Équipements Aéronautiques pour l'aide à la qualification de l'essai BCI

Hassan Cheaito

*Marwan Ali, Christian Vollaire, Edith Clavel**

Laboratoire Ampère Dpt. EEA, Ecole Centrale de Lyon

*Université de Grenoble, Laboratoire G2ELAB, France

Date effective de début du travail : 01/10/2014

Financement de la rémunération du doctorant : Fond Unique Interministériel

Abstract - Le test Bulk Current Injection (BCI) est l'un des tests de vérification (sûreté) des Équipements Sous Test (EST) qui consomme beaucoup d'argent mais aussi du temps en manipulation. Le but dans cette thèse est de modéliser la partie EST afin de prédire le résultat virtuellement. Un modèle a été proposé, de sorte à ajuster les paramètres qui sont fréquemment changés lors de la mise en oeuvre des équipements telle que la position et la connexion de l'EST au plan de masse. Ainsi, il a été démontré que le fait d'avoir le système en état ON ou OFF n'influe pas sur l'impédance d'entrée.

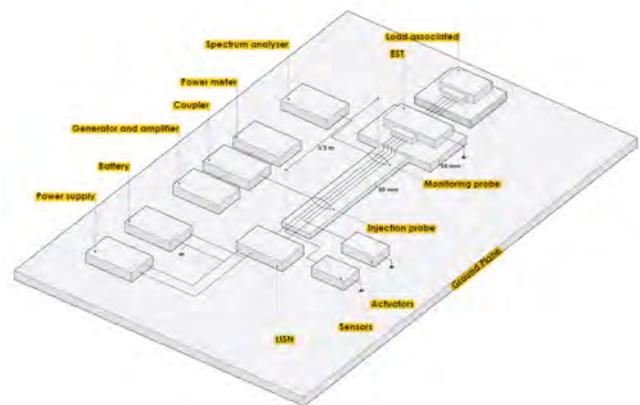


Fig. 1. Le test BCI vue en schéma bloc

I INTRODUCTION

De nos jours, la CEM peut atteindre 12 % des coûts totaux d'un produit, de la phase de développement jusqu'à la production [1]. Par ailleurs, pour caractériser la susceptibilité des équipements vis-à-vis les perturbations conduites, la pratique courante consiste à soumettre l'équipement sous test (EST) à des courants ou tensions perturbateurs. Ces perturbations sont injectées soit sur les câbles d'alimentation et de communication, soit directement sur le boîtier métallique de l'appareil. Les caractéristiques des signaux (formes d'ondes, amplitude ..) simulant la source de perturbation doivent être représentatives de celles rencontrées dans l'environnement fonctionnel de l'appareil. L'une des difficultés de ces méthodes est liée au choix du dispositif utilisé pour coupler le signal perturbateur aux câbles sans devoir modifier le comportement électrique de l'EST [2]. Ceci est le principal avantage du test de qualification Bulk Current Injection (BCI) : insertion de la source de perturbation, au travers d'une sonde de courant, dans la chaîne sans influencer les caractéristiques l'EST. Les perturbations peuvent ainsi être superposées aux signaux nécessaires au fonctionnement normal de l'EST.

Dans le cas d'un équipement commercialisé, c.à.d. équipement existant et déjà qualifié, il est parfois en-

visageable d'utiliser ce dernier dans un autre contexte (avion différent). Dans ce nouvel environnement, si les mêmes conditions de mise en oeuvre sont reproduites l'EST passera le test et il n'y aura rien de particulier à faire. Mais dans le cas où tout ou une partie des paramètres de la qualification ne correspond plus aux anciennes conditions (câble utilisé, charges différentes, connexion de masse ..), se pose alors la question de la capacité de cet équipement à passer une nouvelle qualification dans un environnement différent. Normalement, cela nécessite de requalifier l'équipement dans cette nouvelle configuration. Néanmoins, les données disponibles sont dans ce cas les résultats de la qualification initiale et la disponibilité physique d'un équipement déjà conçu. La modélisation de l'essai BCI avec la configuration initiale, ainsi que celle avec configurations différentes, permettraient d'estimer l'impact des nouvelles contraintes de mise en oeuvre.

Plusieurs modèles ont été proposés pour la chaîne du test BCI se focalisant sur l'effet de la pince d'injection [3]- [4] sans se tenir compte de l'EST et de la partie charge associée. Dans [5], un dipôle RC

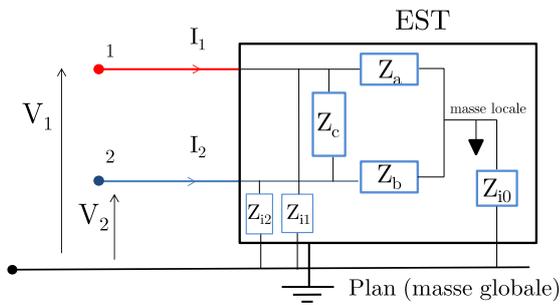


Fig. 2. Modèle boîte noire

(1k Ω /100nF) a été considéré comme EST ce qui est loin d'un cas réel. De plus, la conversion de Mode Commun (MC) en Mode Différentiel (MD) a été négligée. Dans [6], la masse locale est parfaitement connectée au plan de masse globale sans tenir compte de l'impédance qui existe entre les deux plans. Pendant la première année, afin d'évaluer l'impact des différents éléments sur la chaîne de test sur l'essai BCI, nous avons effectué une étude sur une victime réelle. Un modèle "boîte grise" a été adopté qui tient compte de la variation de la configuration de l'EST (voir article publié [7]). Ensuite, notamment pour les entrées/sorties (E/S) numérique, la méthode des deux sondes [8] a été utilisée pour extraire l'impédance du système en fonctionnement (voir article publié [9]). Après, l'influence de la charge associée à l'EST a été mise en évidence ainsi que la conversion des modes de perturbation dans le cas de dissymétrie. Nous essaierons dans ce rapport de résumer les travaux susmentionnés et de proposer à la fin leurs suite.

II APPROCHE PORPOSÉE

La modélisation du test BCI nécessite une maîtrise du comportement fréquentiel en terme d'impédance pour toute la chaîne d'injection. En ce qui concerne la partie "EST", la stratégie est de fournir un modèle "boîte grise" basé tout d'abord sur des mesures simples d'impédance afin d'élaborer une "boîte noire". Puis dans un second temps, pour répondre à la première problématique et comme proposé par [10], une impédance représentant la connexion entre masse électrique de l'équipement (appelée masse locale) et le plan de masse (masse globale) de l'installation d'essai sera ajoutée au modèle. Cette impédance nous permettra d'évaluer l'impact de la connexion et du couplage entre les deux plans de masse sur l'essai BCI. Ceci va nous amener à scinder la conception du modèle d'impédances en deux parties :

- *Modèle local* en considérant que le système est isolé de son environnement, ce qui va permettre d'identifier les trois éléments Z_a , Z_b et Z_c sur la fig. 2.. Deux mesures seront nécessaires : a) Z_{11} et Z_{22} qui représentent les impédances entre chaque port et la masse électrique de l'équipement,

et b) Z_{diff} qui est l'impédance différentielle vue entre les deux ports.

- *Modèle d'interaction (Z_i)* entre l'EST et son environnement. Ces impédances dépendent des caractéristiques géométriques qui changent fréquemment d'un banc de test à un autre, comme la longueur de la connexion et la distance entre les plans de masse local et global. En simulation, cette impédance sera reproduite pour étudier l'effet de son évolution.

D'après la fig. 2., et en tenant compte du modèle local de l'EST, l'équation qui en résulte entre V_{MC} , V_{MD} et I_{MC} , I_{MD} sera (1) en se référant à [7]

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V_{MC} \\ V_{MD} \end{pmatrix} &= [P] [Z_{ij}] [Q^{-1}] \begin{pmatrix} I_{MC} \\ I_{MD} \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Z_{MC} & Z_{MC-MD} \\ Z_{MD-MC} & Z_{MD} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_{MC} \\ I_{MD} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

Ce qui amène à l'équation (2)

$$\begin{pmatrix} V_{MC} \\ V_{MD} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}+Z_{12}+Z_{21}+Z_{22}}{4} & \frac{Z_{11}+Z_{12}-Z_{21}-Z_{22}}{2} \\ \frac{Z_{11}-Z_{12}+Z_{21}-Z_{22}}{2} & Z_{11}-Z_{12}-Z_{21}+Z_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_{MC} \\ I_{MD} \end{pmatrix} \quad (2)$$

L'équation (2) permet de maîtriser en % la conversion de mode (MC-MD) du système en se basant sur le terme Z_{MC-MD} qui représente le facteur de conversion. L'analyse de la matrice établie dans l'équation (2) conduit à déduire que dans un circuit passif (où $Z_{12} = Z_{21}$) le taux de conversion MC-MD est exactement égal à la conversion inverse MD-MC ($\frac{Z_{11}-Z_{22}}{2}$). Dans le cas d'un circuit asymétrique, une tension différentielle (V_{MD}^*) sera induite aux bornes de l'impédance Z_c lors d'une injection de courant MC (voir fig. 2.). Ainsi, dans un circuit symétrique ($Z_{11} = Z_{22}$), on constate que le terme Z_{MC-MD} est nul donc la conversion de mode n'existe pas.

Pour valider notre approche, nous avons réalisée une étude de modélisation sur une carte d'évaluation d'un convertisseur analogique-numérique (CAN [11]) afin de comparer :

- l'effet de l'insertion d'une liaison filaire entre les deux plans masses (local et global);
- changement de position par rapport au plan de masse;
- modèle établi en modes ON et OFF pour des entrées/sorties (E/S) analogiques et numériques.

III ÉQUIPEMENT SOUS TEST

Une carte CAN (EST) a été utilisée pour valider l'approche proposée. La tension différentielle reçue aux entrées du CAN sera convertie en numérique. Le résultat s'affiche sur un écran dédié. Le critère de défaillance d'une telle carte, soumis à un essai BCI, pourra être l'erreur sur le résultat affiché. La modélisation a été focalisée sur les deux entrées différentielles avec leur masse électrique.

A Modèle Boîte Noire

Le modèle "boîte noire" est construit essentiellement sur la base de mesures effectuées sur les entrées de la carte. Ceci permet de s'affranchir du problème de la confidentialité souvent rencontrée. Dans un premier temps, le processus consiste à identifier les trois blocs d'impédance Z_a , Z_b et Z_c . Pour ce faire, deux types de mesures seront nécessaires:

1. Une mesure entre chaque ligne et la masse locale pour calculer les Z_{11} , Z_{22} dont :

$$\begin{cases} Z_{11} = Z_a // (Z_c + Z_b) \\ Z_{22} = Z_b // (Z_c + Z_a) \end{cases} \quad (3)$$

2. Une mesure différentielle entre les deux lignes amène au Z_{MD} dont :

$$Z_{MD} = Z_c // (Z_a + Z_b) \quad (4)$$

A noter que la mesure pendant cette caractérisation est faite à l'aide d'un Vector Network Analyzer (VNA). Comme la majorité des instruments de mesure, la masse du VNA est connecté au plan de masse global [12]. Ceci va affecter la mesure différentielle parce que le générateur du VNA ne représente pas une source différentielle isolée. Une solution physique pour avoir une telle source différentielle découplée est d'utiliser un BALUN (BAL-ance/UNbalanced) [13]. Par contre, un tel ajout exige une démarche complexe de "de-embedding" pour compenser le balun [14]; ce qui n'est pas évident sur toute la gamme de fréquence d'intérêt d'un essai BCI [10 kHz- 400 MHz]. Ainsi, la déconnexion des deux plans de masse peut se faire en éloignant l'EST le plus possible du plan de masse global, mais ceci n'est pas toujours possible. Une autre solution mathématique a été proposée par Bockelman [15] pour aboutir à des paramètres de scattering (appelées paramètres mixtes) en fonction du mode employé. Les détails de ces paramètres ne font pas l'objet de cet article. Nous utilisons les formules directes extraites de [16] pour calculer l'impédance Z_{MD} qui reste valide dans les deux cas symétrique et asymétrique:

$$Z_{MD} = 2Z_0 \frac{S_{dd} - S_{cc} + 1 - |S|}{1 + |S| - S_{dd} - S_{cc}} \quad (5)$$

Sachant que $|S| = S_{dd}S_{cc} - S_{cd}S_{dc}$ et :

$$\begin{pmatrix} S_{dd} \\ S_{dc} \\ S_{cd} \\ S_{cc} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ S_{21} \\ S_{22} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Cette procédure reste faisable avec un VNA classique. Pour valider la précision des mesures faites, les impédances ont été comparées avec la simulation du schéma

électrique donné dans le datasheet de l'EST. La vérification de la corrélation entre la mesure et la simulation est une étape incontournable surtout dans une approche boîte noire. Ceci validera la démarche étape par étape pour pouvoir ajouter ensuite les impédances d'interaction et comprendre leur influence sur le modèle final. Sur la figure 3., la mesure de Z_{11} coïncide avec la simulation électrique du CAN. Mais en Z_{MD} , et comme prévu, une déviation apparaît au-delà de 100 MHz. Ceci est due à la capacité parasite entre les deux lignes différentielles (de 5 pF) et qui ne se figure pas dans le circuit électrique dans le datasheet. Ceci montre la précision de l'impédance Z_{MD} calculée en (5) à partir les paramètres mixtes mesurés.

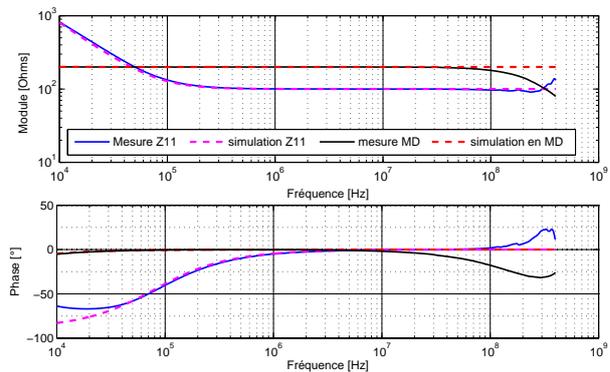


Fig. 3. Comparaison entre les impédances mesurées par le VNA et la simulation du schéma électrique de l'EST sous ADS

Après avoir vérifié le protocole de mesure adopté, nous pourrions calculer les impédances qu'il faut charger dans les blocs a, b et c [7]. La reproduction de ces impédances, montrée dans la fig. 4., sous le logiciel Advanced Design Simulation (ADS) montre l'exactitude de cette approche. Jusqu'ici, le modèle boîte noire reproduit le comportement d'un EST figé considéré comme isolé de son environnement. Dans la suite, il est indispensable de compléter le modèle en ajoutant les éléments qui représentent l'interaction avec l'environnement.

B Modèle De Connaissance de la Configuration

Pour répondre aux besoins industriels, il fallait concevoir un modèle ajustable qui peut être utilisé dans plusieurs configurations pour le même équipement. Les changements les plus fréquents sont surtout la variation de la longueur de la tresse qui relie l'EST au plan de masse, ainsi que la distance entre eux. Pour cela, ce couplage EUT-plan sera représenté par un dipôle L-C. La longueur (et les caractéristiques) de la tresse vont affecter la valeur de l'inductance, tandis que la distance (d) EUT-Plan va déterminer la valeur de la capacité. Effectivement, l'impédance Z_{MD} reste invariable par ce changement de configuration (Z_{MD} ne dépend pas de Z_i).

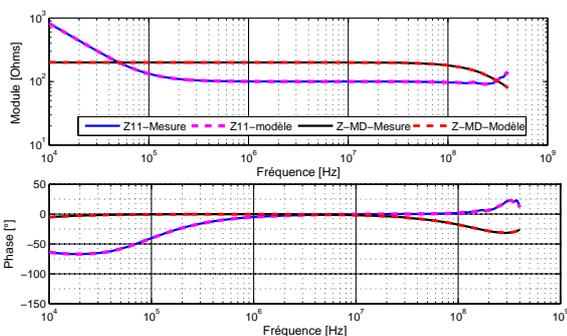


Fig. 4. Comparaison entre les impédances mesurées par le VNA et simulées du modèle "boîte noire" de l'EST sous ADS

Grâce au logiciel circuit Advanced Design Simulation (ADS), l'utilisateur peut choisir des éléments "ajustables". Ceux-ci sont définis par des équations analytiques reliant les paramètres géométriques de connaissance à des éléments électriques L et C. Pour terminer, les deux parties (boîte noire + paramètres de connaissance) sont rassemblées. Pour la validation, l'EST a été placé à une distance $d = 2.8$ mm du plan de masse global, avec une longueur de tresse de 7cm. La variation de l'impédance au-delà de 50 MHz dans la fig. 5., en comparant avec la fig. 4., montre que Z_{11} est bien affectée par le changement de configuration. Ceci signifie que le courant de MC, fortement lié à Z_{11} , change selon la disposition de l'EST ce qui peut affecter le résultat d'un test BCI. Ainsi, la comparaison entre les deux courbes (fig. 5.) montre une bonne corrélation entre le modèle proposé et la mesure.

Afin de valider la robustesse du modèle CEM de l'EST en état ON, nous avons effectué une mesure d'impédance en utilisant un Té de polarisation [17]. Ce dernier permet de superposer un signal DC (représentant le signal utile analogique à convertir) avec un autre AC (signal envoyé par le VNA pour effectuer la mesure). L'impédance étant la même, nous ne présenterons pas les courbes. Ceci montre la dominance de l'étage du filtrage intégré aux entrées du CAN sur le reste du circuit électronique.

IV ENTRÉES NUMÉRIQUES

Dans le but d'évaluer le comportement des impédances des autres types d'E/S en état ON, des sorties "ARINC" (sortie numérique) d'un bus de communication d'un démonstrateur industriel ont été mises en place. Dans cette partie, nous focaliserons sur la méthode des deux pinces qui nous permet de déduire l'impédance d'un EST pendant son fonctionnement.

A Principe De La Méthode Des Deux Pinces

Une mesure directe aux bornes des sorties en commutation peut nuire à l'instrument de mesure. Pourtant,

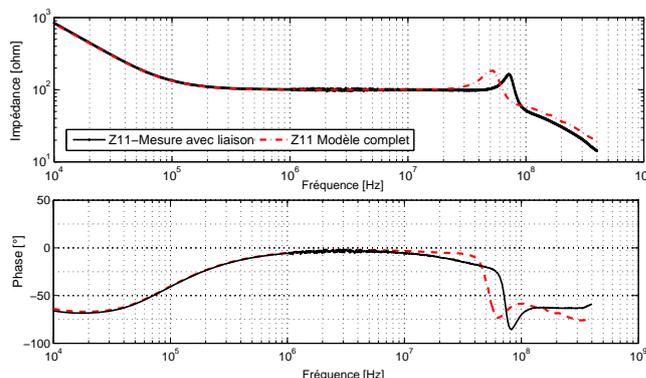


Fig. 5. Comparaison entre le modèle et la mesure ayant l'EST connecté au plan de masse global

il est nécessaire de maîtriser les tensions induites pendant un test BCI qui se fait quand l'EST est en fonctionnement. La méthode des deux pinces [8] qui ressemble au test BCI, comme le montre la fig 6., consiste à superposer une tension dans les câbles et mesurer le courant qui y circule pour en déduire l'impédance. Cette dernière comprend aussi l'impédance des câbles et de l'alimentation quand la manipulation est faite du côté des entrées. Ceci nécessite une procédure de compensation qui peut se faire en post-traitement. Sans plus détailler, nous prenons l'équation directe d'après [8] pour calculer cette impédance :

$$Z_x = K \frac{S_{11} + 1}{S_{21}} - Z_{setup} \tag{7}$$

Avec Z_x est l'impédance inconnue, K et Z_{setup} sont les constantes de compensation. S_{11} et S_{21} sont les paramètres de réflexion et transmission mesurés par le VNA.

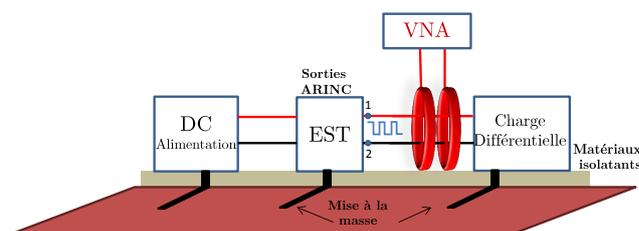


Fig. 6. Schéma équivalent du banc de mesure d'impédance de la méthode des deux sondes

B Influence De La Charge Au Sein Du Banc De Test

Malgré la dernière mise à jour de la norme DO-160 [18], une ambiguïté persiste sur les exigences quant à la charge à insérer avec l'EST, d'où l'intérêt d'évaluer l'impact de la charge sur le test BCI. Dans la suite nous allons présenter une comparaison de l'effet de l'addition d'une

telle charge, mais aussi une validation de la méthode des deux pinces quand l'EST est étudié sans charge.

C Mesure en MC et MD sans charge

Etant donné que l'EST est éteint, un court circuit aux bornes des sorties 1 et 2 de l'EST (voir fig. 6.) devient envisageable. Pour évaluer l'impédance de MC, il suffit de relier le point de court-circuit avec le plan de masse. D'autre part, il est nécessaire de déconnecter l'EST du plan de masse globale et disposer les pinces dans l'une des deux lignes de sortie afin d'obtenir l'impédance de MD. A noter qu'il faut calculer pour chaque mode ses propres constantes de compensation (K et Z_{setup}). Afin de valider la méthode des deux sondes, nous avons effectué aussi des mesures directes des impédances en MD et en MC. Dans les fig. 7. et 8., une comparaison entre la méthode des deux pinces et la mesure directe réalisée avec les paramètres mixtes pour les deux modes (MC et MD). Les courbes montrent une bonne corrélation entre les deux techniques de mesures sur une large plage de fréquence, ce qui implique une bonne précision du protocole de compensation suivi.

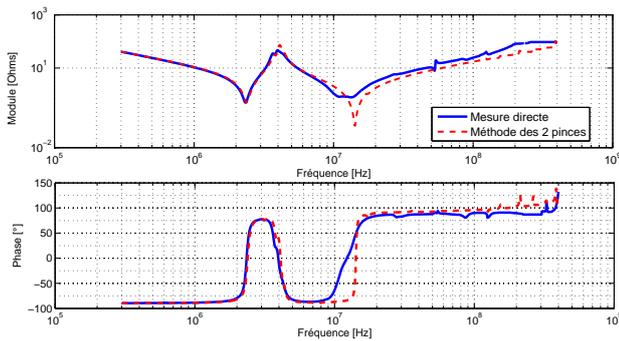


Fig. 7. Comparaison des impédances de MC des sorties ARINC de l'EST entre mesure directe et méthode des 2 pinces

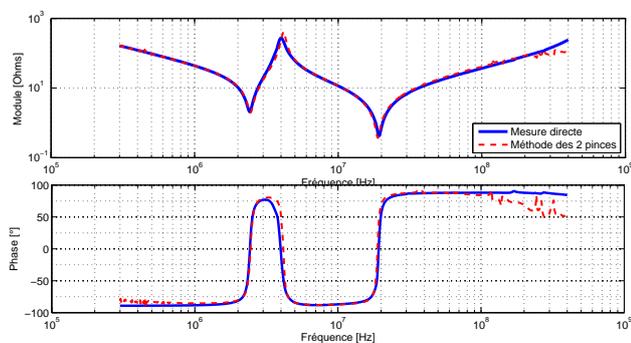


Fig. 8. Comparaison des impédances de MD des sorties ARINC de l'EST entre mesure directe et méthode des 2 pinces

D Mesures en MC et en MD en charge

Certes, l'impédance de la boucle vue par les deux pinces va changer quand on ajoute une charge dans la boucle. La fig. 9. montre les courbes de la boucle en MD après avoir ajouté deux charges résistives de 50Ω et $1K\Omega$. L'effet des sorties ARINC est vu à travers la montée de l'impédance à 4 MHz. A ce point, l'impédance des sorties (la fig. 8.) est résistive, ce qui permet aux impédances de s'additionner en module. Ainsi, les courbes en pointillés montrent la soustraction des deux valeurs ajoutées respectivement (50Ω et $1K\Omega$) avec les courbes obtenues (fig. 9.). Notons que, même si la courbe soustraite de $1k\Omega$ ne colle pas exactement à Z_{MD} , les résultats restent très proches.

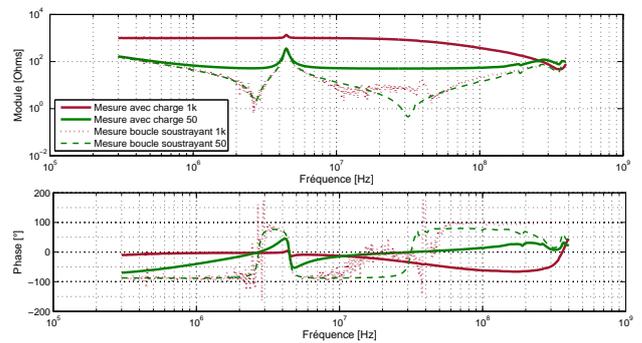


Fig. 9. Comparaison des impédances de MD des sorties ARINC en charge entre mesure directe et méthode des 2 pinces

Du point de vue boucle en MC, l'impédance ajoutée sera considérée en parallèle avec l'EST. L'influence de cette manipulation n'est pas aisément prévisible comme en MD (somme des deux impédances). En MC, si on néglige les Z_{i1} et Z_{i2} dans la fig 2., la nouvelle impédance (Z_{nMC}) sera équivalente à :

$$Z_{nMC} = ((Z_{charge} // Z_c) + Z_a) // Z_b + Z_{i0} \quad (8)$$

Si Z_c est très petite par rapport à Z_{charge} , alors $Z_{nMC} \simeq Z_{MC}$. Dans notre cas, les mêmes charges ont été montées en MC, les résultats montrent une forte vraisemblance avec Z_{MC} de la fig 7.. Dans le cas où la charge associée est $1k\Omega$, l'impédance se superpose parfaitement alors qu'un décalage apparaît avec la charge de 50Ω ce qui était prévisible. Rappelons que les blocs Z_a , Z_b et Z_c peuvent être calculés à partir des Z_{MC} et Z_{MD} et donc que la prédiction de l'impédance Z_{nMC} est possible. Par ailleurs, pour profiter davantage de cette méthode, les mêmes mesures ont été faites durant le fonctionnement de l'EST pour les mêmes charges. Pratiquement, les mêmes courbes ont été retrouvées pour les deux modes MD et MC. Ceci pose la question sur la nécessité de faire fonctionner l'EST pendant la mesure surtout que parfois il existe des difficultés pour avoir les mêmes conditions de charge que celles rencontrées au sein d'un avion.

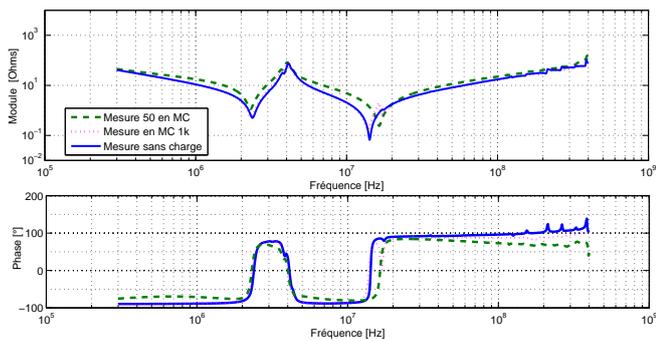


Fig. 10. Comparaison des impédances de MC des sorties ARINC en charge entre mesure directe et méthode des 2 pinces

V CONCLUSION AND PERSPECTIVES

Dans ce rapport, les travaux de première année (une approche boîte grise). Une telle démarche peut concilier les avantages de la boîte noire (vitesse de génération et préservation de la confidentialité), avec la flexibilité d'un modèle comportant des paramètres ajustables afin de prendre en compte plusieurs configurations. Les E/S numériques ont ainsi été testés lors de leur fonctionnement pendant la deuxième année. Le profil de l'impédance en mode ON est presque inchangé par rapport au mode OFF. Des équations analytiques validant le phénomène de conversion de mode ont été établies et validées. Pour généraliser le modèle, une investigation sera menée dans le futur sur un prototype à N entrées. Ainsi, le modèle de l'EST devrait être couplé avec le modèle de la source d'injection pour aboutir à une virtualisation opérationnelle à la fin de la thèse.

REFERENCES

- [1] Y. MORI, *Compatibilité électromagnétique : une introduction*, H. Lavoisier, Ed., 2007.
- [2] A. Z. Pierre Degauyque, *Compatibilité électromagnétique : des concepts de base aux applications*, H. Lavoisier, Ed., 2007.
- [3] S. Miropolsky, S. Frei, and J. Frensch, "Modeling of bulk current injection (BCI) setups for virtual automotive IC tests," in *EMC Europe*, 2010.
- [4] F. Lafon, Y. Belakhoy, and F. De Daran, "Injection probe modeling for bulk current injection test on multiconductor transmission lines," in *IEEE Symp. on Embedded EMC Proceedings, Rouen, France*, 2007.
- [5] S. Miropolsky, A. Sapadinsky, and S. Frei, "A generalized accurate modelling method for automotive bulk current injection (BCI) test setups up to 1 GHz," pp. 63–68, Dec 2013.
- [6] F. Grassi, F. Marliani, and S. Pignari, "Circuit Modeling of Injection Probes for Bulk Current Injection," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 3, pp. 563–576, Aug 2007.
- [7] H. Cheaito, M.-D. Sokhna, M. Ali, E. Clavel, A. Breard, and C. Vollaie, "Versatile Susceptibility Model of Complex Systems for Bulk Current Injection (BCI) Test," *IEEE international symposium on electromagnetic compatibility, Ottawa, Canada*, 2016.
- [8] V. Tarateeraseth, B. Hu, K. Y. See, and F. Canavero, "Accurate extraction of noise source impedance of an smps under operating conditions," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 25, no. 1, pp. 111–117, Jan 2010.
- [9] H. Cheaito, M.-D. Sokhna, M. Ali, E. Clavel, A. Breard, and C. Vollaie, "Modélisation d'Equipements Sous Test lors d'un Essai Bulk Current Injection (BCI) pour Différentes Confiurations," *IEEE international symposium on electromagnetic compatibility, Ottawa, Canada*, 2016.
- [10] S. Egot-Lemaire, M. Klingler, F. Lafon, C. Marot, L. Koné, S. Baranowski, and B. Démoulin, "Modeling Methodology of Automotive Electronic Equipment Assessed on a Realistic Subsystem," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 6, pp. 1222–1233, Dec 2012, 6236127.
- [11] *Evaluation Board for the AD7191 Pin-Programmable, 24-Bit sigma-delta ADC*, Datasheet Available on <https://www.farnell.com>.
- [12] *Multiport & Balanced Device Measurement Application Note Series Concepts in Balanced Device Measurements Application Note 1373-2*, Available on <https://www.agilent.com>.
- [13] T. Iwasaki and K. Tomizawa, "Measurement of S-parameters of balun and its application to determination of complex antenna factor," in *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC'03. 2003 IEEE International Symposium on*, vol. 1. IEEE, 2003, pp. 62–65.
- [14] C. Curry, "How to calibrate through balun transformers to accurately measure balanced systems," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 3, pp. 961–965, Mar 2003.
- [15] D. Bockelman and W. Eisenstadt, "Combined differential and common-mode scattering parameters: theory and simulation," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 43, no. 7, pp. 1530–1539, Jul 1995.
- [16] C. T. Carrasco, C. J. Sieiro, J. M. Lopez-Villegas, N. Vidal, R. Gonzalez-Echevarría, and M. E. Roca, "Mixed-mode impedance and reflection coefficient of two-port devices," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 130, pp. 411–428, 2012.
- [17] *12.5 GHz Bias Tee*, Datasheet Available on <https://www.markimicrowave.com>.
- [18] *User Guide Supplement to DO-160G, RTCA DO-357*, Dec. 16, 2014.

Stratégie d'Évaluation de l'Etat des Transformateurs : Esquisse de Solutions pour la Gestion Intégrée des Transformateurs Vieillissants

EKE Samuel

Guy CLERC – Thomas AKA

Date effective de début du travail : 21/04/2015

Financement de la rémunération du doctorant : Université de Douala-Cameroun

Résumé— Cette thèse présente une méthodologie de gestion des transformateurs de puissance basée sur l'analyse des données de maintenance. L'approche mise en œuvre consiste à appliquer dans un premier temps les méthodes de fouilles de données pour en extraire de la connaissance. Nous appliquerons d'abord les techniques d'analyse factorielle pour limiter les variables d'observations à un nombre de facteurs réduits expliquant au mieux toutes les variables, ensuite à travers les techniques de classification, nous identifierons les classes qui expliqueront les états pris par les transformateurs. Dans un second temps, la connaissance obtenue des données sera structurée à travers les réseaux bayésiens (statiques et dynamiques). L'objectif est de modéliser le comportement du système d'isolation des transformateurs de puissance immergé dans de l'huile et de proposer une esquisse de solution de gestion d'un parc tout entier.

Abstract—

This thesis presents a power transformer management approach based on the analysis of maintenance data. Our approach applies firstly data mining methods to extract knowledge. In this first part, factor analysis is apply to reduce the dimension of observations variables explaining the best all variables, then based on classification techniques, we will identify the clusters of transformers that explain the state of transformer at a given time. Secondly, the knowledge obtained in data will be structured through Bayesian networks (static and dynamic). The goal is to model the behavior of the insulation system of power transformers immersed in oil and provide a sketch of management solution of an entire set of transformers.

I. INTRODUCTION

Le transformateur de puissance est un élément essentiel pour la disponibilité de l'énergie électrique.

Il intervient sur tous les points de la chaîne de gestion de l'énergie électrique: Au niveau de la production, à la sortie des centrales, pour élever la tension et réduire les pertes, au niveau du transport dans les postes d'interconnexion, pour abaisser la tension aux valeurs de distribution de l'énergie et au niveau l'utilisation pour adapter la tension aux valeurs des appareils. Dans son fonctionnement, il subit de nombreuses contraintes qui entraînent sa dégradation normale (vieillesse) et anormales (défauts). Les actions de maintenance systématiques (contrôle et suivi des éléments externes), et préventives (pour la détection des défauts internes), assurent le bon fonctionnement des transformateurs. La gestion d'un parc de transformateurs impose d'avoir un regard sur chaque unité et en même temps sur l'ensemble, afin de prendre des décisions qui assureraient la fiabilité de la fourniture de l'énergie électrique. Notre approche consiste alors à analyser les données de maintenance d'un parc de 306 transformateurs suivi sur 26 ans. Ces données sont les résultats d'analyses d'huile de transformateurs fournies par la société Rio Tinto au Canada.

Les travaux de notre deuxième année de thèse s'articulent autour de la mise en œuvre des méthodes de fouilles de données. Il est question d'extraire de ces données, et de proposer une structuration en utilisant les réseaux bayésiens. En ce qui concerne le traitement des données en notre possession, nous avons terminé la plate forme d'exploitation automatique de l'ensemble des données. Les transformateurs sont regroupés dans des ensembles de mêmes caractéristiques (fabriquant, niveau de tension et de

puissance, de même site de fonctionnement). Le vecteur de forme est identifié, il est constitué des variables issues de l'analyse de l'huile : DBPC (2,6-di-*tert*-butyl-*p*-cresol), BPC (biphényles polychlorés), gaz dissous, rigidité diélectrique, teneur en eau, IFT (Tension Interfaciale), acidité, facteur de dissipation (Tangente delta), couleur, dérivées furaniques et métaux dans l'huiles.

II. LES DONNEES DE MAINTENANCE DES TRANSFORMATEURS

A. Les données

Dans les transformateurs immergés dans l'huile, les parties actives (noyau magnétique et enroulements), baignent dans l'huile diélectrique (minérale en général). Cette huile joue deux rôles essentiels :

-Caloporteur: évacue une partie de la chaleur des parties actives;

-Isolant électrique : assure une isolation entre enroulement, entre spires... ; [1]

Elle joue également le rôle de vecteur de composants de dégradation de l'appareil, autrement dit, la mémoire des défauts internes du transformateur. L'analyse de cette huile permet donc d'avoir des informations sur sa capacité à jouer les deux rôles essentiels qui lui sont assignés et donc sur l'état des parties actives de l'appareil et d'une certaine façon sur l'état du transformateur. Ces analyses se font dans une dynamique de maintenance qui intègre :

- la maintenance systématique : Ensembles d'action (nettoyage, vérification des protections, de fuites de corrosion...) de contrôle d'éléments extérieures (ventilations, régulateurs) de manière visuelle ou par thermographie infrarouge.[2]

- la maintenance préventive : essentiellement basé sur l'analyse des propriétés de l'huile. Ces analyses se font suivant une certaine périodicité et les informations sont analysées au fil du temps et plus tard conservées dans une base de données. Pour les exploiter, nous les avons organisées sous forme d'un vecteur de forme, dans plusieurs tableaux suivant la chronologie de prélèvement des échantillons d'huile dans chaque transformateur.[3] [4]

B. Les différentes analyses d'huiles de transformateurs considérées.

Les analyses physico-chimiques d'huile de transformateur peuvent être classées en trois grandes familles.

- 1- Celles qui renseignent sur l'état du fluide à jouer ces deux rôles suscités : *Rigidité diélectrique, Teneur en eau, Indice d'acidité.*

- 2- Celles qui renseignent sur l'état de fonctionnement des parties actives : *Analyse des gaz dissous(AGD), Analyses furaniques*

- 3- Celles qui complètent la première famille : *Facteur de dissipation ou tanδ, Tension interfaciale (IFT), Couleur.* [5][6]

Le vecteur de forme de notre étude sera donc constitué des paramètres constituant les différentes techniques d'analyse d'huile. Chaque paramètre sera considéré comme une observation à un instant donné de la vie du transformateur. Ces instants représentent les dates de prélèvement des échantillons d'huile.

III. OUTILS DE TRAITEMENT DES DONNEES

L'approche que nous mettons en œuvre dans ces travaux suit une logique d'exploitation des données de maintenance en notre possession. Il est question de :

-**Extraire de la connaissance** de ces données. Chaque paramètre du vecteur de forme construit se présente sous forme chronologique qui apporte de l'information sur le transformateur. Pour passer de l'information à la connaissance nous mettons en œuvre les techniques de *fouille de données* ;

-**Structurer la connaissance présente** dans les données par une modélisation probabiliste graphique : *réseaux bayésiens* ;

-**Exploiter les structures de connaissances obtenues** pour estimer soit l'état des transformateurs à un instant donné, soit prédire son état futur. Nous ferons alors appel aux *filtres particuliers*

A. Fouilles de données

D'après Grabmeier & Rudolph, «La fouille de données regroupe l'ensemble des méthodes et techniques qui permettent d'analyser les données de très grands ensembles, d'extraire et de découvrir leur structure jusqu'alors inconnue et les relations issues de ces énormes groupes de détails. Cette information est **filtrée, préparée et classée** pour constituer une aide précieuse pour les décisions et des stratégies ". [7]. La figure 1 ci dessous illustre les étapes d'un tel processus.



Fig.1. Etapes d'un processus de découverte de connaissance

Dans les deux premières phases, on fait souvent face aux verrous d'intégration des données, de leur dimensionnalité, leur hétérogénéité. Celui de la gestion de la temporalité liée au contexte des données peut être levé à la troisième phase avec une bonne connaissance du domaine d'application.

Nous avons levé le verrou lié à l'hétérogénéité des données en procédant à la constitution des sous groupes. Les transformateurs sont regroupés à partir de leurs caractéristiques (Puissance, Tension, fabricant) mais aussi en fonction du site (lieu) de fonctionnement. On pourra alors observer et comparer les comportements entre les groupes et au sein des groupes. Quand à la temporalité, qui fait référence à la durée de validité de certaines variables, nous avons intégré les actions de maintenance: Nos données proviennent des analyses qui se font après une période de fonctionnement, et après un certain nombre d'actions de traitement ou de régénération de l'huile. Nous présentons à présent les techniques mis en œuvre dans cette phase d'extraction de connaissance.

Nous appliquons essentiellement les techniques de classification, supervisée et non supervisée, pour la découverte de partition, de classes sur les individus qui sont les transformateurs. Une analyse en composantes principales linéaire (ACP) est utilisée pour réduire la dimension des variables (paramètres) qui composent notre vecteur de forme.

▪ Analyse en Composantes Principales (ACP)

L'ACP est une méthode qui a pour but de réduire le nombre de variables initiales en perdant le moins d'information possible contenue dans le tableau de donnée. Pratiquement, cela revient à projeter les données des variables sur un espace de dimension inférieure à l'espace initial. Les axes du nouveau repère sont appelés axes principaux. Ils représentent les nouvelles variables et sont constituées de la combinaison linéaire d'anciennes variables. L'ACP est souvent considéré comme un prétraitement aux algorithmes d'apprentissage car permet d'avoir des informations préalables sur les variables et sur les individus du tableau de données. Une ACP peut se résumer en quelques étapes:[8][9]

-Calcul de la matrice de variance-covariance \mathbf{V} et de la matrice de corrélation \mathbf{R} .

Soit \mathbf{X} la matrice de données de taille $n \times p$, supposée centrée-réduite. Ainsi, il y a n individus, et p variables. \mathbf{R} est obtenue par la relation:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{p} \mathbf{X}' \mathbf{X} \quad (1)$$

Avec \mathbf{X}' , la transposée de la matrice \mathbf{X} .

-Calculs des valeurs propres et vecteurs propres de \mathbf{R} : les vecteurs propres calculés sont orthogonaux deux à deux et représentent les axes principaux recherchés.

-Analyse de la matrice de corrélation:

Soit $\lambda_{i \in \{1, \dots, p\}}$ les p valeurs propres de \mathbf{R} ordonnées de manière croissante, et leur vecteurs propres associés $\mathbf{u}_{i \in \{1, \dots, p\}}$. Les q axes principaux sont les droites dont les vecteurs unitaires sont les vecteurs propres associés aux q valeurs propres les plus grandes. L'ordre de grandeur des valeurs propres les unes par rapport aux autres indique leur importance. Si quelques valeurs propres ont des valeurs bien plus importantes que les autres, cela signifie que l'essentiel des informations est donné par ces axes principaux et que les autres axes donnent peu d'information. L'importance d'une valeur propre par rapport aux autres est mesurée par son inertie :

$$I_i = \frac{\lambda_i}{p} \quad (2)$$

λ_i est la variance le long de l'axe principal porté par le vecteur propre \mathbf{u}_i , donc la variance de la composante principale associée.[10]

Interprétation de l'ACP: elle consiste:

-à analyser la répartition des variables le long des axes principaux et à identifier des regroupements qui expriment le résumé de l'information portée par les variables. Ceci est fait sur le cercle de corrélation;

-à analyser le regroupement des individus le long des différents axes.

▪ Méthodes de classification.

La classification recherche une typologie, une partition, ou la répartition des individus en classe ou en catégorie. Ceci est fait en optimisant un critère visant à regrouper les individus dans les classes. C'est le critère de proximité entre individus. Le concept associé est celui de la distance. Si on note X_i et X_j les $i^{\text{ème}}$ et $j^{\text{ème}}$ individus, une distance entre les données X_i et X_j est un nombre noté $d(X_i, X_j)$. Ainsi, une distance représente une dissimilarité entre individus. Les distances usuellement utilisées sont:

1. La distance Euclidienne:

$$d(X_i, X_j) = \|X_i - X_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^p (x_{ik} - x_{jk})^2} \quad (3)$$

2. La distance de Manhattan

$$d(X_i, X_j) = \sum_{k=1}^p |x_{ik} - x_{jk}| \quad (4)$$

3. La distance de Mahalanobis:

$$d(X_i, X_j) = \sqrt{(X_i - X_j)' V(X)^{-1} (X_i - X_j)} \quad (5)$$

Où $V(X)$ est la matrice de covariance de \mathbf{X}

Les Méthodes de classification se présentent en deux groupes, selon les techniques de classification développées et les objectifs assignés:

-La classification supervisée: les classes sont connues au départ, et on cherche à identifier l'appartenance d'un individu à une classe. Dans cette famille on peut citer les méthodes suivantes.

- La méthode des k plus proches voisins;
- La classification Bayésienne;
- Les séparateurs à vastes Marges (SVM)
- etc.

- La classification non-supervisée: Elle regroupe les algorithmes qui permettent de découvrir les structures intrinsèques des données. Ces algorithmes mettent en œuvre les techniques permettant de reconnaître des groupes homogènes et distincts (les clusters ou classes). Les individus doivent être similaires dans un cluster et différents des individus des autres clusters. Plusieurs méthodologies sont rencontrées dans la littérature. Celles qui permettent de:

- Choisir une mesure de ressemblance entre les données;
- Choisir le type de structure qu'on souhaite obtenir (partition, hiérarchie, arbre de décision, pyramide,...)
- Choisir la méthode permettant d'obtenir la structure désirée.

Chaque méthodologie présente son intérêt en fonction de l'objectif de l'étude. La référence [7] présente un état de l'art des techniques de clustering (apprentissage non supervisée). Dans la suite, nous présentons brièvement deux algorithmes classiques qui utilisent des approches différentes: hiérarchique et non-hiérarchique. Dans l'approche hiérarchique, dès que deux points sont regroupés dans le même ensemble, ils le restent jusqu'au bout et ne sont plus jamais rangés dans des ensembles différents. Dans l'approche non hiérarchique, les ensembles construits à un moment donné du processus de classification peuvent être divisés ou regroupés au cours des itérations :

- La classification Ascendante hiérarchique (CAH) : elle permet de visualiser les clusters construits;
- La méthode des k-moyennes (K-means) : elle est un outil de partitionnement des données non hiérarchique, qui permet de faire le partitionnement autour des centres en k- clusters. [10][11]

- **La classification Ascendante hiérarchique (CAH)**

Principe: Il s'agit de regrouper itérativement les individus, en commençant par les deux plus proches, et en construisant progressivement un arbre, ou dendrogramme, regroupant finalement, tous les individus en une seule classe, à la racine. Il faut donc

savoir calculer à chaque étape de l'algorithme, la distance entre un individu et un groupe ainsi que celle entre deux groupes. Un travail supplémentaire consiste alors à définir la distance entre deux groupes à partir des distances des couples d'individus entre ces deux groupes. Différentes approches sont possibles à ce niveau [10][12].

Algorithme :

1. Initialisation : Partition en n classes C_1, \dots, C_n , où chaque individu représente une classe ; calcul de la matrice des distances des individus deux à deux ;

1. Etape k , ($k = 0, \dots, n-1$). Les données sont regroupées en $n - k$ classes C_1, \dots, C_{n-k} , et la matrice des distances entre les différentes classes est calculée. Pour passer de k à $k+1$:

-Trouver dans la matrice des distances, la plus petite distance entre deux classes. Regrouper les deux classes correspondantes. Obtenir ainsi $n - k - 1$ nouvelles classes, C_1, \dots, C_{n-k-1}

-Recalculer la matrice des distances qui donnent les $\frac{(n-k)(n-k-1)}{2}$ distances entre les nouvelles classes.

-Poser $k = k + 1$.

- **La méthode des k-moyennes (K-means)**

Dans l'approche des k-moyennes, k centre ou moyennes sont définis dans aléatoirement dans l'espace de représentation. Les points d'apprentissage sont classés et attribués à l'une de k classes en se basant sur le critère de la distance minimale [10] entre le point à classer et les centres. Les moyennes de ces k classes sont recalculées pour chaque classe pour les point d'apprentissage, et on itère ce processus jusqu'à ce que les classes soient stables.

Qualité de classification :

Nous observons que plusieurs choix se présentent à l'utilisateur des méthodes de classification. Selon l'objectif assigné à la classification. Il est souhaitable de procéder à la recherche de la qualité d'une partition :

- Soit en réalisant plusieurs classification mettant en œuvre des initialisations (choix de k) ou des métriques différentes, sur les mêmes données, et à chercher à avoir le même résultat sur plusieurs classifications.
- Soit en utilisant les indices de Dunn qui renvoie une valeur élevée quand les partitions sont bonnes, ou de Davies-Bouldin, pour lequel de faibles valeurs correspondent à des partitions de bonne qualité [10].

B. Réseaux Bayésiens

Un réseau Bayésien $B = (G, P)$ est un graphe acyclique orienté, représentant des connaissances incertaines sur un phénomène complexe, et permettant

à partir des données, un véritable raisonnement. Il peut être défini par :

-Un graphe dirigé G , $G=(X, E)$, X est l'ensemble des nœuds de G , E est l'ensemble des arcs ;

-Un espace probabilisé (Ω, P) , Ω est un ensemble fini non-vide ;

-Un ensemble de variables aléatoires $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ associées aux nœuds du graphe G et défini sur (Ω, P) , telle que la distribution de probabilité jointe sur l'ensemble des variables soit donnée par :

$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | C(X_i)) \quad (6)$$

$C(X_i)$ est l'ensemble des causes parents de X_i dans le graphe G . [12][11][15].

Chaque variable est un nœud du graphe et prend ses valeurs dans un ensemble discret ou continu. Le graphe est toujours dirigé et acyclique. Les arcs dirigés représentent un lien de dépendance directe (la plupart du temps il s'agit de causalité). Ainsi un arc allant de la variable X à la variable Y exprimera que Y dépend directement de X . Les paramètres expriment les poids donnés à ces relations et sont les probabilités conditionnelles des variables sachant leurs parents ($P(X|Y)$). Les Réseaux Bayésiens s'appuient sur le théorème de Bayes rappelé ci-après :

$$P(X|Y) = \frac{P(X)P(Y|X)}{P(Y)} \quad (7)$$

Il est donc possible de calculer la probabilité de n'importe quelle variable du modèle à partir de l'observation même partielle des autres variables. Il est souhaitable se noter ici que, l'observation d'une ou plusieurs causes n'entraîne pas systématiquement l'effet ou les effets qui en dépendent, mais modifie seulement la probabilité de les observer. L'intérêt particulier des réseaux Bayésiens est de tenir compte simultanément des connaissances *a priori* d'experts et de l'expérience contenue dans les données. Lorsque la probabilité de X sachant qu'on a observé Y est connue, on peut inversement en appliquant le théorème de Bayes, calculer la probabilité de Y sachant X .

Dans notre travail, nous cherchons une interprétation cohérente des observations faites sur les transformateurs avec les données connues a priori. L'inférence à faire signifie qu'on calcul $P(X|Y)$, où Y est l'ensemble d'observations définie dans notre vecteur de forme (paragraphe III-B) et X , un ensemble de variable décrivant les états du transformateur, importants pour le diagnostic ou pour le pronostic.

C. Réseau Bayésien dynamique et Filtrages particuliers

Après la mise en œuvre des réseaux Bayésiens statiques, nous envisageons étudier les réseaux Bayésiens dynamiques. Ce type de représentation, proche d'une chaîne de Markov cachée, est une répétition du réseau classique dans laquelle on rajoute un lien causal d'un pas de temps à l'autre. Il sera alors possible de décrire le comportement dynamique de notre système. Le modèle d'état obtenue peut être converti en modèle probabiliste et l'estimation d'un état peut être faite par un filtre particulière.

IV. EXEMPLES

Dans cette partie, nous souhaitons présenter l'analyse faite sur un groupe de 25 transformateurs. Les observations sont les résultats d'analyses des échantillons d'huile sur l'année 1984. Soit 6 variables pour chaque transformateur: le diélectrique, la teneur en eau, la tension interfaciale, l'acidité, le facteur de dissipation et la couleur de l'huile.

A. ACP d'un groupe de transformateurs

Une ACP peut avoir plusieurs objectifs. L'objectif premier reste la réduction des variables, sans pertes d'information. Si on s'en tient à cet objectif, la figure 2 ci-après présente la projection des variables sur l'espace constitué des trois premiers facteurs, donc axes principaux.

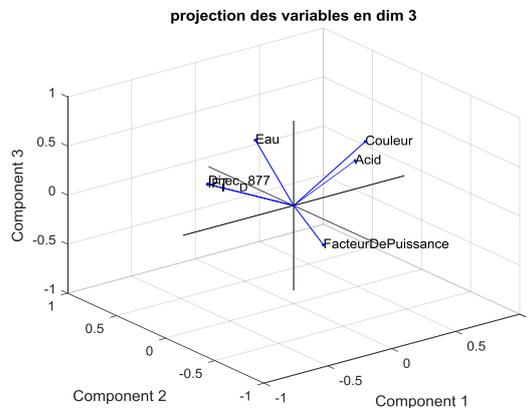


Fig.2. Projection des 6 variables initiales dans l'espace constitué des trois premiers axes principaux.

Le tableau 1 ci-dessous indique que, lorsque nous considérons les trois premiers axes, nous conservons 94.13% d'information contenue dans le tableau des données.

TABLEAU I: VALEURS PROPRES ET VARIANCES EXPLIQUEES

Facteurs (axes)	Val propres	Variations expliquées(%)	Variations cumulées (%)
1	2.9269	48.7809	48.7809
2	2.0242	33.7372	82,5181
3	0.6972	11.6196	94,1377
4	0.2073	3.4550	97,59
5	0.1444	2.4073	100
6	0.0000	0.0000	100

La figure 2 résume la configuration réelle des données en 3 nouvelles variables. Nous présentons sur le tableau 2 les corrélations des nouvelles variables avec les anciennes. Il apparait que le premier facteur est l'axe qui porte les informations apportées par le diélectrique, l'acidité de l'huile et IFT. Le deuxième regroupe les informations de la teneur en eau et du facteur de dissipation et la troisième nouvelle variable porte l'information apportée par la couleur de l'huile.

TABLEAU II: CORRELATION DES ANCIENNES ET NOUVELLES VARIABLES

Variabes	Axe1(Fact1)	Axe2(Fact2)	Axe3(Fact3)
Di lec D877	-0.5402	0.1711	0.3289
Acidité	0.5407	0.0792	0.2311
Eau	0.1657	0.6055	0.3311
Facteur de dissipation.	-0.2288	-0.6009	-0.0447
IFT	-0.5402	0.1711	0.3289
Couleur	0.2102	-0.4554	0.7866

Une projection des transformateurs dans l'espace retenue, figure3 ci-contre, nous donne une idée des caractéristiques des groupes formés. La projection sur les trois plans peut bien sûr être faite pour des besoins d'interprétation. La figure 3 ci-contre est présentée ici juste à titre d'illustration

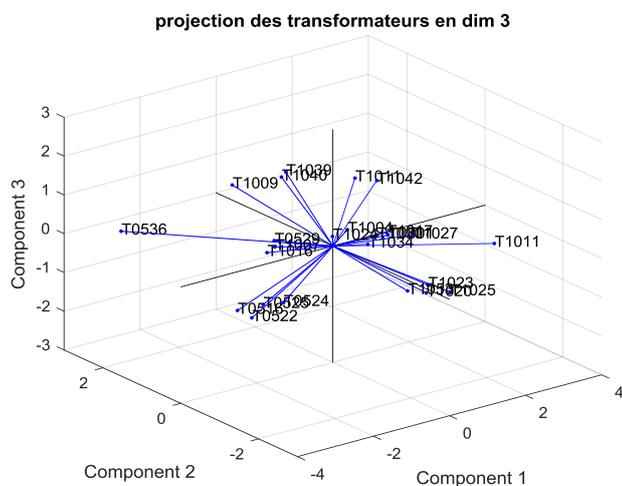


Fig.2. Projection des transformateurs dans l'espaces des constitué des trois axes retenues.

B. Application de la méthode des k-moyennes

L'objectif recherché avec cette méthode ici est de former des nuages de points en groupe homogènes qui seront identifiés comme des classes portant une information. Les 25 transformateurs de notre exemple seront donc classer en k groupe, en fonction des caractéristiques d'observations. Le regroupement est effectué en minimisant la somme des carrés de distances entre les données et le barycentre des groupes correspondant.

La figure 3 ci a près présente les données dispersées suivant les paramètres teneur en eau et diélectrique.

Pour K=3, les moyennes des 3 classes sont recalculées pour chaque classe sur les points d'apprentissage, jusqu'à ce que les classes soient stables, ce qui donne la figure 4.

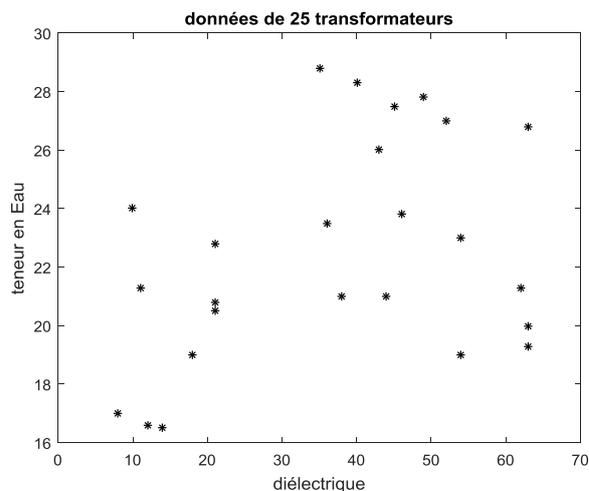


Fig.3 : dispersion des données suivant deux variables (diélectrique et eau)

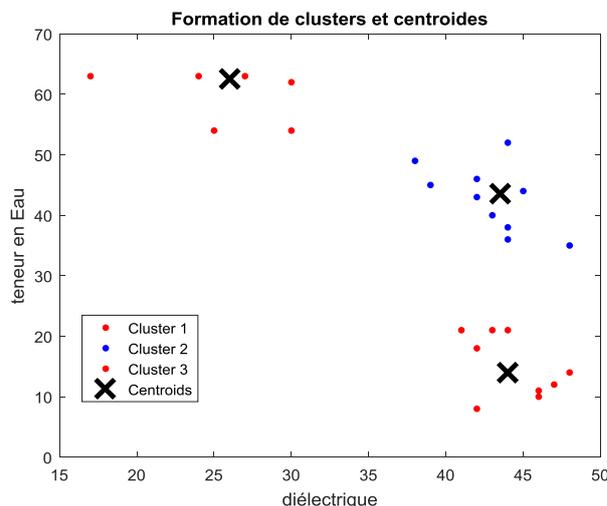


Fig.3 Formation des groupes autour des barycentres des nuages.

Nous avons choisi pour cet exemple deux variables des trois nouvelles variables identifiées avec l'ACP précédente. Nous avons pu regrouper les données des 25 transformateurs de notre exemple en 3 groupes. Il faut bien sûr valider la classification et donner un sens aux classes constituées. C'est-à-dire à quel état renvoie les transformateurs regroupés dans chaque classe. Nous pouvons pousser la réflexion sur les classes observées avec d'autres paires de variables.

V. PERSPECTIVES

Nous venons d'amorcer la première phase d'exploitation de nos données. Elle consiste à faire la fouille pour extraire les classes qui nous donnerons à chaque fois l'état des transformateurs. Les méthodes sont identifiées. La base de données à notre disposition nous offre plusieurs possibilités

d'exploitation. Nous disposons de 306 transformateurs que nous avons rassemblés en groupe, selon les caractéristiques constructeurs et les sites de fonctionnement. Les variables explicatives de l'état des transformateurs sont des analyses d'huile faite en moyenne tous les ans. Nous avons alors un suivi de chaque variable sur plusieurs années. Pour identifier les actions intermédiaires de maintenance, nous allons procéder à une superposition de l'évolution de nos variables. Les différents changements vont nous conduire à un questionnement sur les actions de traitement ou de régénération de l'huile.

Le travail que nous envisageons pour les 23 mois qui nous reste consistera :

- pour les trois prochains mois, à boucler l'analyse statistique des données.
- La structuration des connaissances obtenues avec les réseaux bayésiens nous occupera les 5 mois suivants.
- Nous prendrons pour la suite, 5 mois pour mettre en œuvre les réseaux bayésiens statiques. Nous espérons obtenir une dynamique des états des transformateurs sous forme de modèles d'états.
- Ce modèle d'état, transformé en modèle probabiliste, nous permettra de mettre en œuvre les filtres particulaires. Nous prévoyons passer aussi 5 mois de travail, dans cette partie. Les résultats attendus permettront de faire la prédiction de l'état des transformateurs en fonction de nouvelles observations. Pendant les cinq derniers mois, nous nous attèlerons à la rédaction de la thèse.

REFERENCES

- [1] HOCHART, B., "Le transformateur de puissance. Technique et Documentation", Lavoisier, 1988.
- [2] M. Heathcote, « The J & P Transformer Book, A Practical Technology of the Power Transformer ». Newnes, 12th edition, 1998.
- [3] S.V. Kulkarni, S.A. Khaparde, "TRANSFORMER ENGINEERING, Design, Technology, and Diagnostics" second edition, CRC press, 2013.
- [4] Pratt F, "Diagnosis method for transformer in service". CIGRE, Report 12-06, 1986.
- [5] A. Gomez, "Experimental Investigations on the Dissolved Gas Analysis Method (DGA) through Simulation of Electrical and Thermal Faults in Transformer Oil". zur Erlangung des akademischen Grades eines, 2014.
- [6] J. Bilbalo, CM Rebollo, P González "Expertise method to diagnose transformer conditions", - WSEAS/IASME Conferences, Corfu, 2004
- [7] Grameier & Rudolph, "Techniques of Cluster Algorithms in Data Mining", Data Mining and Knowledge Discovery, 6, 303-360, 2002 Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2002
- [8] Ruben Rodriguez Herrera, Danielle Salles-Le Gac, « Initiation à l'Analyse Factorielle Des Données »,

Fondements Mathématiques et Interprétations, Cours et Exercices Corrigés, Ellipses, 2002.

- [9] Jean-Marc Lasgouttes, « analyse de données », Inria Paris, cours, 2015-2016.
- [10] Tollari Sabrina, "Indexation et recherche d'images par fusion d'informations textuelles et visuelles", thèse, Université du sud Toulon-Var, 2006.
- [11] Laurence LIKFORMAN, Elisa BARNAY, "Reconnaissance des formes", théorie et pratique sous MATLAB, Technosup, Ellipses, octobre 2013.
- [12] Pavel "Berkhin Survey of Clustering Data Mining Techniques", Accrue Software, 1045 Forest Knoll Dr., San Jose, CA.
- [13] Olivier François, "De l'identification des structures des réseaux Bayésiens à la reconnaissance de forme à partir d'informations complètes ou incomplètes", Modeling and Simulation, INSA de Rouen, 2006.
- [14] Nahla Ben Amor, Salem Benferhat, Zied Elouedi, "Réseaux bayésiens naïfs et arbres de décision dans les systèmes de détection d'intrusions", Techniques et Sciences Informatiques · february 2006, doi: 10.3166/ti.25.167-196.
- [15] Ph, Leray, "Réseaux Bayésiens pour la Classification Méthodologie et illustration dans le cadre du Diagnostic Médical", RIA, 2002.

Methodology for Designing an Efficient Eco-mode for Conventional Vehicles: Driving Style Modeling & Trajectory Optimization

Setareh JAVANMARDI

Eric Bideaux, Jean-François Trégouët, Rochdi Trigui (IFSTTAR)

Date effective de début du travail : 01/12/2014

Financement de la rémunération du doctorant : CIFRE

Abstract—Reducing fuel consumption and pollutant emissions is in high demand in the transportation sector. Developments in technological fields for having a most efficient drivetrain are continuing parallel to usage developments. The driver using this drivetrain is an uncertain parameter and his behavior has a direct impact on its efficiency. Objective of this thesis is to develop a methodology to evaluate the sensibility of conventional vehicles drivetrain to variable driving behaviors. This evaluation can be then used to optimize powertrain components performance and their control in order to guarantee a robust energetic and emission operation.

Résumé— La réduction de la consommation d'énergie et des émissions des polluants est un sujet en forte demande dans le secteur de transport. Pour cela, les développements technologiques continuent en parallèle aux développements d'usage. Cependant, le conducteur qui utilise ces motorisations est un paramètre incertain et son comportement a un impact directe sur l'efficacité du système. L'objectif de cette thèse est d'évaluer la sensibilité du groupe motopropulseur à la variabilité du comportement de conduite. Cette sensibilité pourra donc ensuite être exploitée pour optimiser les composants et leurs commandes de manière à garantir la robustesse des performances énergétiques et de pollution.

I. INTRODUCTION

The transport sector is one of the major contributors of non-renewable fuel consumption and greenhouse gas emissions (GHG). Higher transport demand, increased ownership of private cars, growing settlement and urban spreading with longer distances and changes in lifestyle have resulted in increasing energy consumption [1]. With this in mind, energy consumption and pollutants

emissions reduction has become one of the most important research subjects in automotive sector. Vehicle's fuel consumption depends on different categories of factors: technological aspects, vehicle load and mission as well as human driver behavior. Therefore, developments in different technological and usage fields should continue in parallel to obtain most efficient vehicle operation. By developing more efficient powertrain systems, the components are designed to operate with highest efficiency respecting the performance demand by customer. However, since driving consists of highly complex tasks, the driver using this powertrain is an uncertain parameter and his behavior has a direct impact on its efficiency. Therefore, another category of developments to reduce fuel consumption of vehicles is to adapt the driver behavior such that vehicle operation is optimized.

In the present work there are two axes of research: driving style modeling and trajectory optimization. The objective is to design an eco-driving mode in vehicle, which is adaptive to the driving style.

Driver modeling is an important research topic in automotive sector. Different speed and acceleration profiles, usually called as driving patterns, have been the subject of many researches because of their significant impact on fuel consumption and pollutants emission. In the 70s several studies described the connection between driving patterns, fuel consumption and exhaust emissions [2]. Redsell et al. in 1992 investigated variability in driving patterns and fuel consumption comparing different types of roads, different drivers and different kinds of cars. They found significant differences in fuel consumption among road types, vehicles and drivers. Within urban traffic, the

driver had greater influence on fuel consumption than the vehicle type did [3]. A study by Ericsson in 2000 shows that the driver factor is the variable that besides the street type affects driving patterns the most [4]. Faria et al. in 2012 studied the impact of aggressive driving behavior as an important factor on energy consumption. They showed that in different situations aggressive driving could increase the energy consumption by 47% [5].

Modeling the human driver behavior has been the subject of many researches in different academic and industrial fields for more than fifty years. Driver model research has been studied from the perspective of vehicle dynamics application [6], and human factors. The first studies were on car-following models by Reuschel in 1950 [7] and Pipes in 1953 [8]. Many studies consider the driver-vehicle model as an open or closed-loop control system. Generally, these models can be listed in two categories; models for longitudinal and lateral control of vehicle. The methods found in the literature consist of linear, non-linear, fuzzy logic, neural network and hybrid control methods. Each of these approaches has its advantages and limitations when attempting to model human response, as described in detail by Plochil [6].

Currently the driver model used in most of simulation tools is a PID controller based on speed error correction. These models could not reproduce different driving styles. In this work we are focusing on a driving style modeling of the human driver for longitudinal vehicle control.

In the literature many studies have shown that eco-driving has a great potential in reducing fuel consumption and emissions, Monastyrsky in 1993 [9], Martin in 2012 [10] and Mensing in 2013 [11]. In general there are two types of in-vehicle eco-driving support systems: passive (advisory) systems and active systems. Advisory systems give continuous feedback and guidance to the driver for maintaining an eco-driving style. Several such systems have been presented and evaluated in the literature. In these systems, the optimal operation of vehicle is often determined based on use of rule-based algorithms and no numerical optimization is done. Mensing has developed an advanced driver assistance system (ADAS) in her PhD studies, which takes into account vehicle parameters

and determines the optimal vehicle operation by dynamic programming numerical optimization method [11].

In this thesis, a control-based driving style model is proposed. This model is later to be used in an active eco-driving system (eco mode) which determines the best vehicle operation by numerical optimization and by identifying the driving style, reacts on engine control. An optimal controller will be used to control the longitudinal behavior of the vehicle, which leads to determining accelerator and brake levels and the gear choice. The method for optimization is yet to be determined.

II. WORK PROGRESS

In this section, work achieved during the second year of PhD study will be discussed, with focusing on driving style modeling.

A. Driving Style Modeling

In this work the objective is to design a mathematical model that represents different levels of fuel consumption for various driving styles. Three major categories of driving style as proposed by De Vliieger [12], i.e. calm, normal and aggressive were considered. The structure of our proposed model is based on two levels of driving tasks described by Michon [13], which are tactical (or maneuvering) and operational (or control) level. Fig. 1 illustrates the schematic model of proposed vehicle-driver control system, with the driver model divided in two levels of maneuvering and control. The maneuvering level receives the road information concerning maximum velocity limitations and road grade. It then generates the driver's desired velocity. In the control level, the error between desired and actual velocity are minimized to achieve desired force (F_{des}) which is transformed to gas/brake and gear choice in control allocation part to control the engine and exert the force (F) to vehicle.

For first simulations, we made a simplifying hypothesis to proceed to the identification of model's parameters. This hypothesis is made to eliminate the control allocation and internal combustion engine blocks. Thus $F_{des}=F$. Through this hypothesis the driver exerts the required force (F) directly to the vehicle.

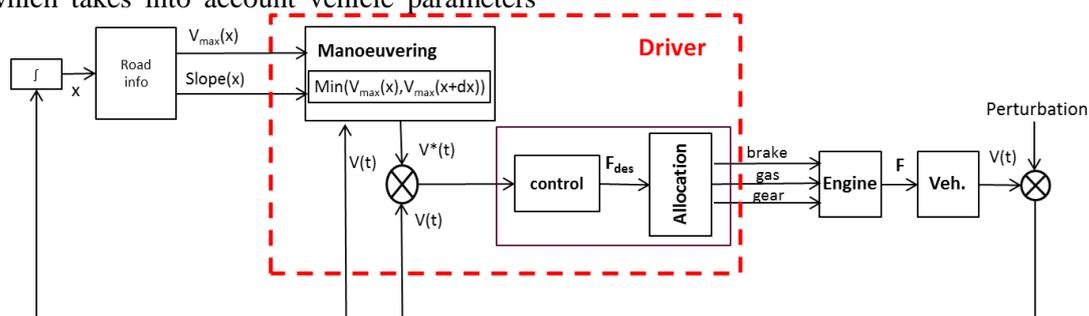


Fig. 1. Proposed driving style model in vehicle-driver control system

Since we would like to create a category of different driving styles, we introduced parameters at each level of driving task to represent various driving behaviors. These parameters later will be used to define different allocation laws for each style.

The parameters are:

- Aggressiveness (A_g): acceleration behavior. Higher values for dynamic style.
- Over speeding (R): maximum velocity limit (V_{max}) excess in percentage. With positive values for dynamic (or sportive) style and negative values for eco style.
- Aggressiveness in deceleration: which depends on vehicle velocity in order to model non-linear deceleration behavior.
- Anticipation time (T_a): driver's anticipation horizon for decelerations.
- Dexterity (dex): driver's ability of achieving his desired velocity.

The model is then expressed in these parameters. Driver's desired velocity (V^*) and the force exerted to vehicle (F) are then calculated by:

$$V^*(t) = (R + 1) * \hat{V}_{max}(t) \quad (1)$$

$$\hat{V}_{max}(x) = \min(V_{max}(x), V_{max}(x + dx)) \quad (2)$$

where dx is the prediction horizon in deceleration:

$$dx = T_a * V_{veh} \quad (3)$$

$$F = k_1 A_g * (V^*(t) - V(t)) + k_2 A_{gd} (V^*(t) - V(t)) + dex * \int (V^*(t) - V(t)) dt \quad (4)$$

while,

$$\begin{aligned} \text{if } V^*(t) - V(t) > 0 : k_1 = 1, k_2 = 0 \\ \text{if } V^*(t) - V(t) < 0 : k_1 = 0, k_2 = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

The vehicle is modeled by considering longitudinal motion and writing Newton's second law for chassis:

$$M_{veh} \frac{dV_{veh}}{dt} = F_{drive} - \frac{1}{2} \rho S C_x V^2 - C_r M_{veh} g \cos(\alpha) - M_{veh} g \sin(\alpha) \quad (6)$$

with M_{veh} the vehicle mass, C_x the aerodynamic drag coefficient, ρ the air density, S the vehicle's frontal surface, C_r the coefficient of rolling resistance and g the gravitational force.

B. Parameter Identification

In order to identify parameters of the mathematical model, a grey-box system identification approach with least squares method was used. The idea of this approach in general is an estimation of problem's

unknown parameters based on experimental measurements. An optimization is done to determine the vector of parameters, η , which corresponds to the model parameters and minimizes the cost function J:

$$\eta = [R, A_g, A_{gd}, T_a, dex] \quad (7)$$

$$J(\eta) := \int_{x_0}^{x_f} (v(x) - \hat{v}(x; \eta))^2 dx \quad (8)$$

$$\hat{\eta} = \arg \min_{\eta} J(\eta) \quad (9)$$

where $v(x)$ is the measured velocity, $\hat{v}(x)$ the simulated velocity calculated with the simplified scheme of Fig. 1 and $\hat{\eta}$ the vector of identified parameters for each style.

C. Experimental data

The experimental data was provided by Renault. Tests were performed on one of company's test tracks in Normandie, France. Three driving styles of dynamic, normal and eco were reproduced by an expert driver on two different test routes. Test routes were defined so that different road types (urban and highway) could be presented. Information on maximum speed limitation were gathered from speed signs along the road (where applicable). As it could be observed from the registered data, in urban road the velocity depends highly on infrastructure. Therefore the maximum velocity limitations were adjusted to respect the actual limits in left/right turn and roundabouts. The V_{max} limitation was set to 30 km/h in these areas. The vehicle was equipped with the CANalyzer software to record the vehicle variables such as velocity, engine RPM, gas and brake pedal position, instantaneous fuel consumption, etc. In order to increase the reproducibility of the tests, the driver repeated the defined routes three times for each driving style.

D. Results

The driver model is based on MATLAB/Simulink. Experimental data mentioned above was used to identify parameters of model for each of three driving styles on two road types. The simulated velocity vs. measured velocity according to distance on highway and urban road are illustrated in Fig.2 and Fig.3, for dynamic and eco driving styles respectively.

As it can be observed from figures, the model has a good precision in path tracking and reproduces different driving phases, i.e. acceleration, cruise speed and deceleration in both road types.

In order to have a more realistic model which represents best the different driving styles, it is essential to add the control allocation to reproduce driver behavior on gas/brake pedals and gear choice. Therefore, currently a

work on designing an allocation which transforms force F to pedal pression or gear choice is being realised.

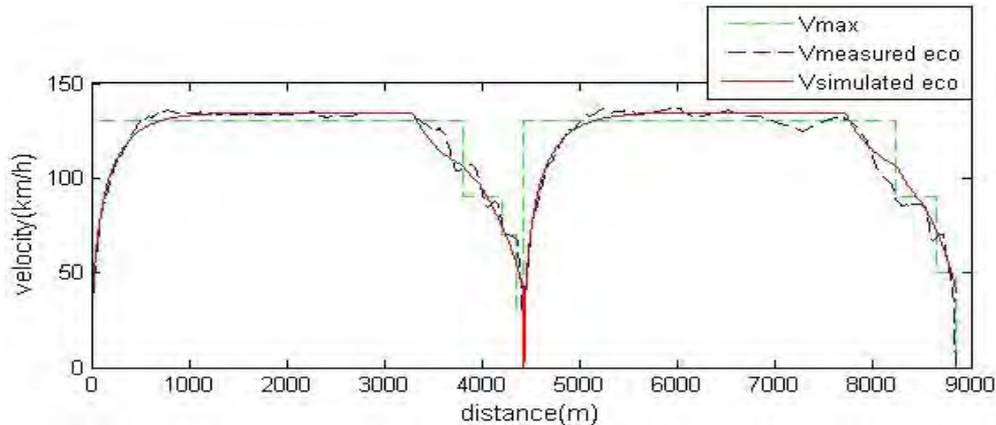


Fig.2. Simulated velocity vs. real driving velocity for dynamic driving style on highway

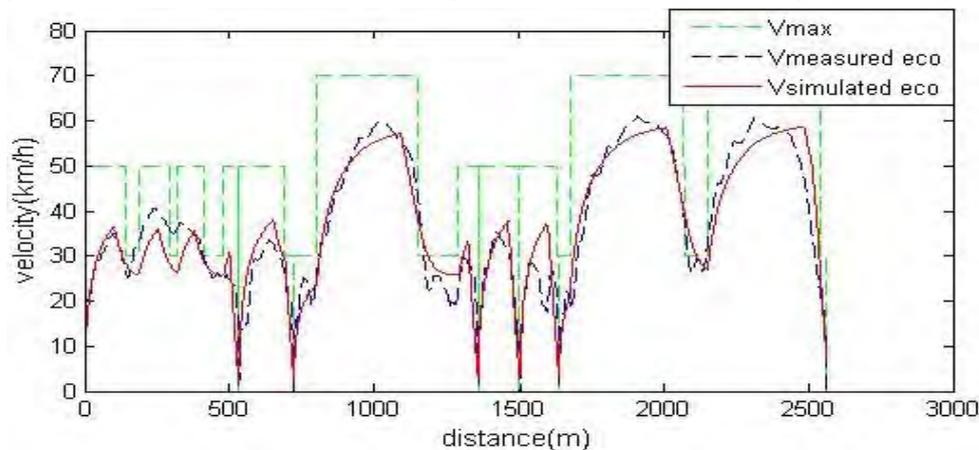


Fig.3. Simulated velocity vs. real driver velocity for eco driving style, urban road

E. Fuel Consumption Estimation

The main objective of modeling here is to distinguish various fuel consumption levels for three driving styles. For this purpose, identified parameters for each style ($\hat{\eta}$) were used in mathematical model to simulate the corresponding velocity profile ($\hat{v}(x; \eta)$). These profiles were then used as the driving cycle input in a vehicle simulation tool, VEHLIB, developed by LTE group at IFSTTAR, to simulate fuel consumption. We have observed that with the driving style model we are able to produce three fuel consumption levels for eco, normal and dynamic driving styles on urban and highway road types.

In order to determine the model precision on fuel consumption simulation, the results were compared to those obtained with measured velocity profile ($v(x)$). The results for two highways and one urban route are illustrated in Table 1. The first line for each road type is the fuel consumption (l/100 km) simulated in VEHLIB with the velocity profile calculated by driving style model. The second line is the fuel consumption simulated in VEHLIB with the measured velocity during experimental tests. The third line shows the difference in percentage between these two fuel consumption values.

	Consumption VEHLIB (l/100km)	Eco	Normal	Dynamic
with $\hat{v}(x; \eta)$	Highway	6,56	8,84	10,21
with $v(x)$	Highway_Measured	6,62	8,63	10,5
	Difference (%)	-0,91	2,43	-2,76
with $\hat{v}(x; \eta)$	Highway2	5,59	6,8	8,70
with $v(x)$	Highway2_Measured	5,77	6,97	8,59
	Difference (%)	-3,12	-2,44	1,29
with $\hat{v}(x; \eta)$	Urban	6,98	9,4	10,96
with $v(x)$	Urban Measured	6,95	9,92	12,02
	Difference (%)	0,43	-5,24	-8,82

Table 1: fuel consumption simulation with simulated & measured velocity

F. Trajectory Optimization

In this work the first studies on trajectory optimization were based on Mensing's research work [11]. She has developed a two dimensional dynamic programming algorithm to determine the optimal vehicle operation,

i.e. velocity profile and gear choice. In the present work, first we have tried to improve the optimization results by studying the possibility of different gear shifting strategies in the optimal trajectory, e.g. engaging neutral gear (sailing idle).

Then a parametric study was performed to study the impact of different road and trip constraints, such as road grade and final arrival time on optimal trajectory. The results were presented in the 21th international transport and air pollution conference (TAP 2016) [14].

III. CONCLUSION & PERSPECTIVES

As mentioned before, there are two axes of research in the present work: driving style modeling and trajectory optimization. A driving style model has been developed and its parameters have been identified for highway and urban roads. Current model results were used in a vehicle simulation tool, VEHLIB, to investigate on fuel consumption precision simulated for different styles. First results confirm that with the current model we are able to produce different fuel consumption levels for each of the three driving styles with a satisfying precision [15]. The next step would be to add the control

allocation and identify parameters with a complete vehicle model.

Later, the model together with an optimal controller would be used to design an active eco-driving support system. The proposed system is illustrated in Fig.4. In this configuration, the optimal controller determines the optimal trajectory at each instant according to current road information and sends the optimal desired force to the filter ($F_{descontr}$). On the other side, the driver sends his desired force according to road information and his style ($F_{desdriv}$). The final force that enters the control allocation is a weighting somme of $F_{descontr}$ and $F_{desdriv}$ regarding the value of α . In this thesis we will not concentrate on desiging the filter since it depends on various safety aspects which are not the subject of this study. Therefore, initially we consider fixed α values.

For the remaining time of PhD, a trajectory optimization method should be adapted to be used in the optimal controller. Since the system is supposed to be embedded for a real-time application, the computational time has an important role in choosing the optimization method.

Finally, an experimental validation on an engine test bench, at IFSTTAR, is envisaged to validate the simulation results obtained durig this study.

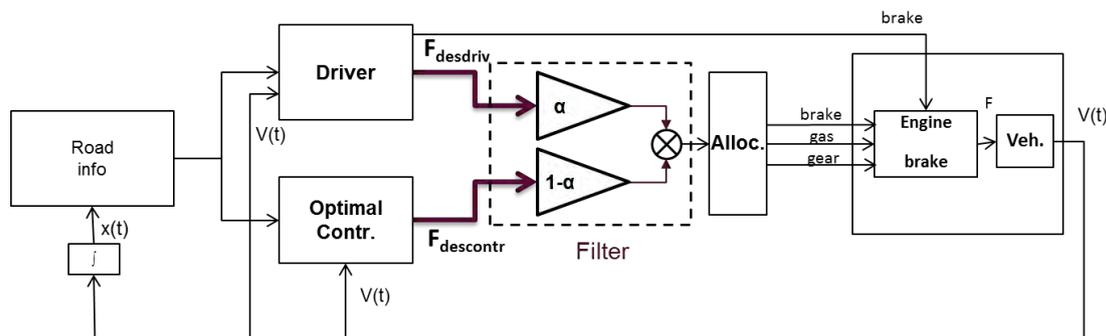


Fig.4. Proposed scheme of active eco-driving support system

REFERENCES

- [1] International Energy Agency (IEA), (2013). Energy policies of IEA countries, European Union, Energy statistics (Eurostat) provided by Statistical Office of the European Union (Eurostat), CSI 027/ENER 016.
- [2] H.C. Watson, 1978. Vehicle Driving Patterns and Measurement Methods for Energy and Emission Assessment, Canberra, Australian Government Publishing Service. Occasional paper No. 30 0157-7085.
- [3] M. Redsell, G.G. Lucas, N.J. Ashford, 1992. Factors affecting fuel consumption. Journal of Automobile Engineering: Part D Proc. Instr. Mech. Eng., vol. 207.
- [4] E. Ericsson, 2000. Variability in urban driving patterns. Transportation Research Part D 5 (2000) 337-354.
- [5] R. Faria, et al., 2013. Impact of the electricity mix and use profile in the life-cycle assessment of electric vehicles. Renew Sustain Energy, 24:271–87.
- [6] M. Plochil and J. Edelmann, 2007. Driver models in automobile dynamics application. Vehicle System Dynamics, vol. 45, no. 7-8, pp. 699–741.
- [7] A. Reuschel, 1950. Vehicle Movements of a Platoon, Oesterreichisches Ingenieur-Archiv, Vol. 4, pp. 193-215.
- [8] L.A. Pipes, 1953. An Operational Analysis of Traffic Dynamics, Journal of Applied Physics, Vol. 24, No. 3, pp. 274-287.
- [9] V. V. Monastyrsky and I. M. Golownykh, 1993. Rapid computation of optimal control for vehicles. Transportation Research Part B: Methodological, 27(3): 219-227.
- [10] E. Martin et al. 2012. How ecodriving public education can result in reduced fuel use and greenhouse gas emissions. Transp. Res. Rec. 2287, 163–173.
- [11] F. Mensing, 2013. Optimal energy utilization in conventional, electric and hybrid vehicles and its

application to Eco-Driving. Doctoral thesis Energy and Systems, University of Lyon.

[12] De Vlieger et al., 1999. Environmental effects of driving behavior and congestion related to passenger cars. *Atmospheric Environment* 34 (2000), 4649-4655.

[13] J.A. Michon, 1985. A critical view of driver behavior models: What do we know, what should we do?, *Human behavior and traffic safety* (pp. 485-520). New York: Plenum Press.

[14] S. Javanmardi, E. Bideaux, R. Trigui, E. Nicouleau-Bourles, S. Dehoux, H. Mathieu, 2016. Parametric Study on Trajectory Optimization. 21th International transport and air pollution conference, Lyon, France.

[15] S.Javanmardi, 2016. Driving Style Modeling for Eco-driving Applications. Séminaire du groupe de travail en automatique et automobile (GTAA), Villeurbanne, France.

Développement Multipolaire en Harmoniques Sphériques et propagation des incertitudes appliqués à la modélisation de source de rayonnement en Compatibilité ElectroMagnétique

Zhao LI

Arnaud Bréard, Laurent Krähenbühl, Damien Voyer

Laboratoire Ampère Dpt. EEA of Ecole Centrale de Lyon

Date effective de début du travail : 01/11/2014

Financement du salaire du doctorant : ANR

Résumé - Avec les progrès de la technologie, la densité de puissance des appareils électriques augmente, ce qui conduit à une augmentation des interférences électromagnétiques (IEM) entre deux systèmes d'électroniques de puissance. Ces IEM peuvent engendrer un dysfonctionnement des appareillages. Par conséquent, les problématiques de la compatibilité électromagnétique (CEM) entre deux appareils est devenue une activité essentielle lors de la conception d'un nouveau produit industriel. Afin de tenir compte de la conformité aux normes CEM dès le début de la phase de conception, une méthode de prédiction des couplages en champ proche entre composants complexes a été développée [1]. Cette méthode prédictive est basée sur le développement en harmoniques sphériques du champ à proximité de chaque dispositif, qui peut alors être représenté par une source ponctuelle multipolaire équivalente. Le couplage inductif entre dispositifs peut être directement extrait de ces développements [2]. Cependant, cette méthode n'est pas exacte en présence de sources induites liées à la présence de matériaux conducteurs (boîtiers, plans de masse) ou ferromagnétiques. Dans cet article, les effets de telles sources secondaires sont étudiés et une méthode basée également sur les harmoniques sphériques est proposée pour les compenser. Un nouveau banc de mesure automatisé et quelques mesures sont montrés. L'approche Bayésienne est introduite à a fin, qui permet d'étudier et caractériser la précision de mesures.

Abstract - With the advance of technology, electronic devices are moving in the direction of smaller and more powerful, which results in an increase of the electromagnetic interference (EMI) between two power electronic systems. EMI may cause the electronic equipment to malfunction. Hence, the issues of the electromagnetic compatibility (EMC) between two devices has become an essential activity in the conception of a new industrial product. In order to consider the compliance to EMC standards from the very beginning of the design phase, a method to predict near-field coupling between complex components has been developed [1]. This predictive method is based on the spherical harmonic expansion of the near field of each Device Under Test (DUT), which can then be represented by an equivalent punctual source. The inductive coupling between devices can be directly extracted from these developments [2]. However, this method is not accurate in the presence of induced sources, which are related to the presence of conductive materials (enclosures, ground planes) or ferromagnetic materials. In this paper, the effects of these secondary sources are studied and a method based also on spherical harmonics is proposed to compensate the error

caused by them. A new automated test bench and some results are shown. The bayesian approach is introduced in the end, which allows to study and characterize the measuring accuracy.

I INTRODUCTION

Les dispositifs utilisant l'électronique de puissance sont aujourd'hui omniprésents. Ils sont malheureusement sources intrinsèques d'interférences électromagnétiques. Afin de prendre en compte ces problèmes de CEM dès la phase initiale de conception, une méthode prédictive basée sur l'expansion multipolaire en harmoniques sphériques du champ proche autour de chaque dispositif a été mise au point. Pour déterminer les développements de base d'une source donnée, un banc de mesure dédié a été conçu [1] : l'expansion multipolaire d'un sous-système est obtenue par la mesure du champ magnétique autour de ce sous-système, isolé. Ces développements, de chaque source considérée comme isolée, permettent ensuite, sous certaines conditions, de calculer le couplage inductif entre dispositifs, en fonction de leurs positions relatives [3], ce qui permet par exemple d'optimiser le placement de sous-systèmes pour minimiser les couplages.

Il est possible de montrer que cette méthode est exacte lorsque chaque sous-système, non ferromagnétique, est uniquement constitué de circuits où il est possible d'imposer exactement la valeur et la répartition du courant. Nous montrons ensuite dans cet article que ce n'est plus toujours le cas lorsque les éléments de base mesurés contiennent des induits (conducteurs massifs, boucles conductrices...) ou des parties ferromagnétiques. Nous proposons aussi une méthode de correction, en utilisant le même banc de mesure que précédemment, mais pour pré-caractériser la réaction de chaque sous-système aux champs d'excitation extérieurs typiques.

Un nouveau banc de mesures automatisé a été construit. qui permet de mesurer le flux magnétique au-

tour d'une source de rayonnement sur une surface sphérique. Une étude pour chercher la taille optimale du capteur (une spire en circuit imprimé) est faite, qui permet de maximiser la précision de l'identification de coefficients harmoniques. A la fin, l'approche Bayésienne est proposée pour relier les simulations et les mesures expérimentales. L'idée de cette approche est d'insérer les informations a priori dans les mesures expérimentales.

II LE DÉVELOPPEMENT MULTIPOLAIRE EN HARMONIQUES SPHÉRIQUES

Le développement multipolaire en harmoniques sphériques peut être utilisé pour une représentation du champ électromagnétique satisfaisant les équations de Maxwell. Il permet de décomposer un champ en une somme infinie de sources élémentaires (dipôle, quadripolaire, octupole, etc.). Pour le champ proche ($< 1m$ dans la gamme de fréquences 20 kHz-20 MHz), l'approximation quasi-statique est appropriée. Pour un point en dehors de la sphère de validité (la sphère minimale qui englobe la source), le champ magnétique peut être exprimé à l'aide d'un développement multipolaire, comme indiqué par l'équation [2] :

$$\mathbf{B}(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=-n}^{+n} -\frac{\mu_0}{4\pi} Q_{nm} \nabla \left(\frac{1}{r^{n+1}} Y_{nm}(\theta, \varphi) \right) \quad (1)$$

où r est la distance de l'origine de l'expansion au point où le champ est exprimé, Q_{nm} représente les coefficients caractérisant la source (ils dépendent aussi de l'origine du développement) et Y_{nm} est la fonction harmonique sphérique réelle de n^{ime} ordre et m^{ime} moment :

$$Y_{nm}(\theta, \varphi) = \Theta_n^m(\theta) \cdot \Phi_m(\varphi) \quad (2)$$

$$\Theta_n^m(\theta) = \sqrt{\frac{(n-|m|)!}{(n+|m|)!}} P_n^m(\cos\theta) \quad (3)$$

$$\Phi_m(\varphi) = \begin{cases} \sqrt{2} \cos(m\varphi) & m > 0 \\ 1 & m = 0 \\ \sqrt{2} \sin(|m|\varphi) & m < 0 \end{cases} \quad (4)$$

Une fois que les coefficients harmoniques de deux systèmes sont identifiés, on peut déterminer le couplage entre eux par le calcul de l'inductance mutuelle [2] :

$$M_{AB} = \frac{1}{\mu_0 I_A I_B} \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=-n}^{+n} (-1)^m (A Q_{1n,-m} \cdot B Q_{1nm}) \quad (5)$$

où I_A et I_B sont les courants circulant dans les sources A et B. Il est important que les deux développements en harmoniques sphériques soient effectués dans le même repère, pour pouvoir appliquer le théorème d'addition des harmoniques sphériques [3]. Ce théorème consiste à calculer les symboles Wigner $3j$ qui sont souvent utilisés dans le domaine de la mécanique quantique. Il est

à noter que la précision du calcul de l'inductance mutuelle est directement liée au choix de l'ordre maximal (N_{max}) utilisé dans la représentation. Cependant, même si le N_{max} est assez élevé, une partie de la source secondaire dans le système n'est pas prise en compte, comme expliqué ci-dessous.

III ÉTUDE DES EFFETS DE SOURCES SECONDAIRES SUR LES COUPLAGES INDUCTIVES, BASÉE SUR LA MÉTHODE DE DÉVELOPPEMENT MULTIPOLAIRE

L'objectif de sections A, B et C est d'évaluer analytiquement l'erreur d'estimation de l'inductance mutuelle. Le théorème de réciprocité est un des outils les plus utilisés dans les problèmes de champ et de circuit, qui peuvent être classés en trois types : circuit pur, champ pur, et mixtes. Un théorème du second type (champ pur) impliquant l'intensité du champ électromagnétique a été dérivé par Lorentz sous la forme d'une intégrale de surface [4] :

$$\int_{S_1} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 - \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot d\mathbf{s} = \int_{S_2} (\mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2) \cdot d\mathbf{s} \quad (6)$$

où surface S_1 englobe le dispositif 1 et S_2 entoure le dispositif 2. Les indices indiquent la source du champ. Rumsey a donné le nom "reaction" à la quantité représentée par les intégrales qui apparaissent dans le théorème de réciprocité de Lorentz [5]. Dans cette terminologie, le théorème de réciprocité de Lorentz indique que la réaction du dispositif 1 sur le dispositif 2 est égale à la réaction du dispositif 2 sur le dispositif 1 ; cette quantité sera appelée "inductance mutuelle" dans ce document.

A Mesures en présence des deux dispositifs

Sur la FIGURE 1., on considère deux dispositifs constitués chacun d'une source primaire qui est directement alimentée par un générateur externe et une source secondaire qui représente l'ensemble des conducteurs et matériaux ferromagnétiques.

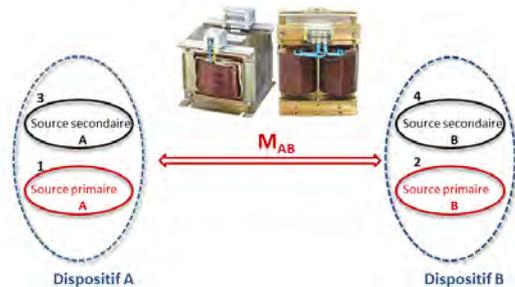


FIGURE 1. Schéma de principe de calcul de l'inductance mutuelle

L'étude du couplage entre les deux dispositifs A et B est équivalente à celle du couplage entre les 4 circuits

élémentaires notés {1 et 2} pour les sources primaires et {3 et 4} pour les sources secondaires. Nous pouvons décrire ce système avec quatre accès sous une forme matricielle avec des inductances propres et des inductances mutuelles définissant les couplages entre ces quatre éléments :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & L_2 & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & L_3 & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & L_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

où L_i représente l'inductance propre de l'élément i et M_{ij} représente l'inductance mutuelle entre l'élément i et l'élément j . En imposant que les éléments 3 et 4 sont court-circuités ($V_3 = V_4 = 0$), on peut en déduire les relations entre I_1, I_2, I_3 et I_4 . Par exemple, en imposant :

$$V_4 = 0 = M_{14} \cdot I_1 + M_{24} \cdot I_2 + M_{34} \cdot I_3 + L_4 \cdot I_4 \quad (8)$$

$$I_4 = - \left(\frac{M_{14} \cdot I_1}{L_4} + \frac{M_{24} \cdot I_2}{L_4} + \frac{M_{34} \cdot I_3}{L_4} \right) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} V_3 = 0 &= M_{13} \cdot I_1 + M_{23} \cdot I_2 + L_3 \cdot I_3 + M_{34} \cdot I_4 \\ &= \left(M_{13} - \frac{M_{14}}{L_4} \cdot M_{34} \right) I_1 + \left(M_{23} - \frac{M_{24}}{L_4} \cdot M_{34} \right) I_2 \\ &\quad + \left(L_3 - \frac{M_{34}}{L_4} \cdot M_{34} \right) I_3 \end{aligned} \quad (10)$$

En reformulant (10), nous trouvons :

$$I_3 = - \left(\frac{M_{13} - \frac{M_{14}}{L_4} \cdot M_{34}}{L_3 - \frac{M_{34}}{L_4} \cdot M_{34}} \right) I_1 - \left(\frac{M_{23} - \frac{M_{24}}{L_4} \cdot M_{34}}{L_3 - \frac{M_{34}}{L_4} \cdot M_{34}} \right) I_2 \quad (11)$$

Enfin, on peut exprimer l'inductance mutuelle entre les deux dispositifs par M_{AB} qui est le ratio entre V_1 et I_2 :

$$\begin{aligned} M_{AB} &= M_{12} - \frac{M_{24}}{L_4} \cdot M_{14} - \frac{M_{13}}{L_3 - \frac{M_{34}M_{34}}{L_4}} \cdot M_{23} \\ &\quad + \frac{M_{24}M_{13}}{L_3L_4 - M_{34}M_{34}} M_{34} + \frac{M_{23}L_4 - M_{24}M_{34}}{L_3L_4 - M_{34}M_{34}} \cdot M_{14} \end{aligned} \quad (12)$$

L'inductance mutuelle M_{AB} peut également être écrite à partir du théorème de réciprocité de Lorentz :

$$M_{AB} = \iint_S (\mathbf{E}_A \times \mathbf{H}_B - \mathbf{E}_B \times \mathbf{H}_A) \cdot d\mathbf{s} \quad (13)$$

où $\{\mathbf{E}_A, \mathbf{H}_A\}$ est le champ électromagnétique induit par le dispositif A en présence du dispositif B, mais mis hors tension. $\{\mathbf{E}_B, \mathbf{H}_B\}$ est le champ électromagnétique induit par le dispositif B en présence du dispositif A hors tension. Il est nécessaire que la surface S englobe un seul des dispositifs. Ces champs sont déduits

des champs élémentaires $\{\mathbf{e}_i^j, \mathbf{h}_i^j\}$ générés par les éléments $\{i = 1, 2, 3, 4\}$ lorsque les circuits $\{j = 1, 2\}$ sont alimentés.

$$\begin{aligned} M_{AB} &= \iint_S [(e_1^1 + e_3^1 + e_4^1) \times (h_2^2 + h_3^2 + h_4^2) \\ &\quad - (e_2^2 + e_3^2 + e_4^2) \times (h_1^1 + h_3^1 + h_4^1)] \cdot d\mathbf{s} \end{aligned} \quad (14)$$

Il convient de noter que chaque champ élémentaire est dans l'environnement où les deux dispositifs sont présents. Afin d'exprimer (14) en fonction de l'inductance propre et de l'inductance mutuelle, le développement de $\{\mathbf{e}_i^j, \mathbf{h}_i^j\}$ devrait être fait comme suit en partant de l'équation 11 (nous prenons $\{e_3^1, h_3^1\}$ comme exemple) :

$$e_3^1 = \left(\frac{M_{13} - \frac{M_{14}}{L_4} \cdot M_{34}}{L_3 - \frac{M_{34}}{L_4} \cdot M_{34}} \right) \cdot e_3 \cdot \frac{I_1}{I} \quad (15)$$

$$h_3^1 = \left(\frac{M_{13} - \frac{M_{14}}{L_4} \cdot M_{34}}{L_3 - \frac{M_{34}}{L_4} \cdot M_{34}} \right) \cdot h_3 \cdot \frac{I_1}{I} \quad (16)$$

où I représente le courant unitaire (1A) et $\{e_3, h_3\}$ représente le champ électromagnétique généré par l'élément 3 seul parcouru par un courant de 1 A. Ensuite, en répétant la même approche pour chaque source élémentaire, il pourrait être prouvé que les équations 12 et 14 sont strictement équivalentes.

B Mesures séparées avec un seul dispositif

Comme décrit ci-dessus, l'inductance mutuelle peut être calculée si les champs électromagnétiques pour chacun des dispositifs sont connus en présence de l'autre. Idéalement, ces champs sont mesurés ou calculés dans l'environnement réel, avec tous les autres dispositifs présents, ces derniers ne sont pas excités. Cependant, ce n'est pas toujours possible, et on souhaiterait même pouvoir calculer les couplages a posteriori, en n'utilisant que le développement harmonique de chaque dispositif caractérisé tout seul. Si nous suivons la même approche que dans A, nous pouvons obtenir :

$$M'_{AB} = \iint_S (\mathbf{E}'_A \times \mathbf{H}'_B - \mathbf{E}'_B \times \mathbf{H}'_A) \cdot d\mathbf{s} \quad (17)$$

où $\{\mathbf{E}'_A, \mathbf{H}'_A\}$ est le champ électromagnétique généré par le dispositif A seul et $\{\mathbf{E}'_B, \mathbf{H}'_B\}$ par le dispositif B seul. L'équation 17 pourrait être associée à l'équation II, ce qui signifie que tous les calculs et mesures sont effectués en séparant les deux dispositifs. Cela équivaut à ignorer $\{e_4^1, h_4^1\}$ et $\{e_3^2, h_3^2\}$. Donc l'équation 14 devient :

$$\begin{aligned} M'_{AB} &= \iint_S [(e_1^1 + e_3^1) \times (h_2^2 + h_4^2) \\ &\quad - (e_2^2 + e_4^2) \times (h_1^1 + h_3^1)] \cdot d\mathbf{s} \end{aligned} \quad (18)$$

Cette fois, contrairement à l'équation 15, $e_3^{I'}$ ne sera pas affecté par l'élément 4, donc si nous reformulons comme dans l'équation 15, il deviendra :

$$e_3^{I'} = \frac{M_{13}}{L_3} \cdot e_3 \cdot \frac{I_1}{I} \quad (19)$$

Idem pour $h_3^{I'}$, $e_4^{I'}$ et $h_4^{I'}$. Par conséquent, l'inductance mutuelle entre les dispositifs A et B peut être exprimée comme suit :

$$M'_{AB} = M_{12} - \frac{M_{24}}{L_4} \cdot M_{14} - \frac{M_{13}}{L_3} \cdot M_{23} + \frac{M_{24}M_{13}}{L_3L_4} \cdot M_{34} \quad (20)$$

Il est à noter que l'inductance mutuelle calculée dans (20) ne correspond pas à la formule théorique donnée dans (12).

C Mesure avec la méthode de Richmond

La méthode proposée par Richmond [4] pour calculer l'inductance mutuelle utilisant des champs électromagnétiques entre deux dispositifs est effectuée en 2 étapes. La première étape consiste à mesurer ou à calculer le champ du dispositif A sur une surface qui englobe un seul dispositif (A ou B) en présence de l'autre (dans ce cas, le milieu de propagation n'est pas nécessairement homogène). La deuxième étape consiste à mesurer ou à calculer le champ de l'autre dispositif sur la même surface que dans la première étape, mais en l'absence du dispositif A. En appliquant le théorème de réciprocité, on obtient :

$$\begin{aligned} M_{AB} &= \iint_s (\mathbf{E}_A \times \mathbf{H}'_B - \mathbf{E}'_B \times \mathbf{H}_A) \cdot d\mathbf{s} \\ &= \iint_s [(\mathbf{e}_1^I + \mathbf{e}_3^I + \mathbf{e}_4^I) \times (\mathbf{h}_2^I + \mathbf{h}_4^I) \\ &\quad - (\mathbf{e}_2^I + \mathbf{e}_4^I) \times (\mathbf{h}_1^I + \mathbf{h}_3^I + \mathbf{h}_4^I)] \cdot d\mathbf{s} \end{aligned} \quad (21)$$

Il convient de noter que, par rapport à la méthode de mesures séparées, seulement $\{\mathbf{e}_3^I, \mathbf{h}_3^I\}$ est ignoré. Avec exactement la même approche, nous pouvons obtenir le même résultat que dans (12).

D'une part, cela signifie que pour la caractérisation des sources de rayonnement, un seul dispositif doit être identifié en présence de l'autre. D'autre part, on peut montrer aussi que la méthode de mesure séparée est correcte lorsque la source secondaire apparaît dans un seul dispositif. En supposant que l'élément 4 n'existe pas, ce qui signifie que $\{\mathbf{e}_4^I, \mathbf{h}_4^I, \mathbf{e}_4^I, \mathbf{h}_4^I\}$ sont nuls, on obtient :

$$\begin{aligned} M'_{AB} &= M_{AB} = \iint_s [(\mathbf{e}_1^I + \mathbf{e}_3^I) \times \mathbf{h}_2^I - \mathbf{e}_2^I \times (\mathbf{h}_1^I + \mathbf{h}_3^I)] \cdot d\mathbf{s} \\ &= M_{12} - \frac{M_{13}}{L_3} \cdot M_{23} \end{aligned} \quad (22)$$

Cette méthode étant simple, nous allons dans ce texte la prendre comme référence pour la méthode des éléments finis (FEM : Finite Element Method).

D Cas conducteur

Dans cette section et la suivante, certains résultats de modélisation avec la FEM seront présentés afin de vérifier les conclusions analytiques obtenus et de quantifier l'erreur relative pour quelques exemples réels.

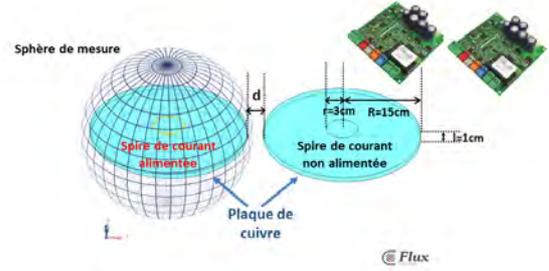


FIGURE 2. Cas conducteur

Le premier cas que nous traitons est celui d'une source secondaire de type conducteur métallique. Deux dispositifs identiques avec une spire de courant placée au-dessus d'une plaque de cuivre sont montrés dans la FIGURE 2.. La bobine circulaire qui est considérée comme la source primaire est alimentée par une source externe. Elle est coaxiale avec la plaque de cuivre qui a un rayon de 15 cm. La sphère représente les positions de mesures de l'induction magnétique. Ce modèle peut être associé à une situation réelle où deux cartes électroniques sont placées à proximité l'une de l'autre et le couplage entre les composants électroniques sur les cartes doit être déterminé.

La méthode de mesure séparée et la méthode de Richmond sont comparées. L'erreur relative sur l'inductance mutuelle est calculée en fonction de la distance entre deux dispositifs (TABLE I).

TABLE 1 Erreur en fonction de la distance entre les deux plaques de cuivre

d	Richmond	Séparée	Erreur relative
1cm	$1,77 \cdot 10^{-12}$	$1,13 \cdot 10^{-12}$	36,2%
2cm	$1,15 \cdot 10^{-12}$	$9,7 \cdot 10^{-13}$	18,5%
3cm	$8,98 \cdot 10^{-13}$	$8,35 \cdot 10^{-13}$	7,6%
5cm	$7,43 \cdot 10^{-13}$	$7,30 \cdot 10^{-13}$	1,8%
10cm	$6,06 \cdot 10^{-13}$	$5,97 \cdot 10^{-13}$	1,5%
15cm	$3,93 \cdot 10^{-13}$	$3,90 \cdot 10^{-13}$	0,8%

On constate que l'erreur relative devient importante lorsque les deux dispositifs sont très proches l'un de l'autre (dans cet exemple pour $d \leq 2$ cm) et il diminue très vite avec la distance entre les deux dispositifs. Les mêmes conclusions ont été obtenues avec des dimensions géométriques différentes.

E Cas ferromagnétique

Dans la section précédente, la source secondaire était un conducteur. Nous considérons maintenant le cas d'un matériau ferromagnétique tel que le fer, le nickel ou le cobalt, qui s'aimante en présence du champ magnétique créé par les courants circulant dans le dispositif dont il fait partie, ou dans le dispositif voisin.

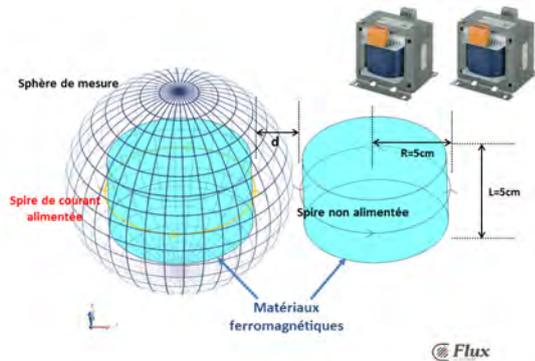


FIGURE 3. Cas ferromagnétique

La modélisation FEM d'une situation réelle est représentée à la FIGURE 3.. Le modèle peut être associé à deux transformateurs placés à proximité l'un de l'autre. Le rayon de la bobine circulaire est 5 cm et un cylindre en fer se trouve au centre. La même étude que dans le cas conducteur est faite.

TABLE 2 Erreur en fonction de distance entre dispositifs

d	Richmond	Séparée	Erreur relative
1cm	$7,79 \cdot 10^{-8}$	$6,37 \cdot 10^{-8}$	18,2%
2cm	$4,79 \cdot 10^{-8}$	$4,49 \cdot 10^{-8}$	6,3%
3cm	$3,18 \cdot 10^{-8}$	$3,10 \cdot 10^{-8}$	2,5%
5cm	$1,77 \cdot 10^{-8}$	$1,75 \cdot 10^{-8}$	1,1%
10cm	$6,38 \cdot 10^{-9}$	$6,37 \cdot 10^{-9}$	0,2%

Les conclusions sont également très similaires. L'erreur relative sur l'inductance mutuelle est importante lorsque les deux dispositifs sont très proches et elle diminue très rapidement avec la distance entre composants.

F Compensation de l'erreur

Comme montré aux sections §D et §E, le procédé de mesures séparées possède une erreur lorsque les sources secondaires apparaissent dans les deux dispositifs. Cette erreur est due au fait qu'on néglige le champ magnétique généré par la source secondaire.

Une approche est proposée ici pour compenser cette erreur. L'idée est de caractériser le rayonnement de la source secondaire en fonction du champ magnétique externe qui sera représenté en Q_{nm} .

Un exemple est proposé sur la FIGURE 4.. Les deux sources sont toujours identiques, mais chaque dispositif possède non seulement un conducteur métallique mais

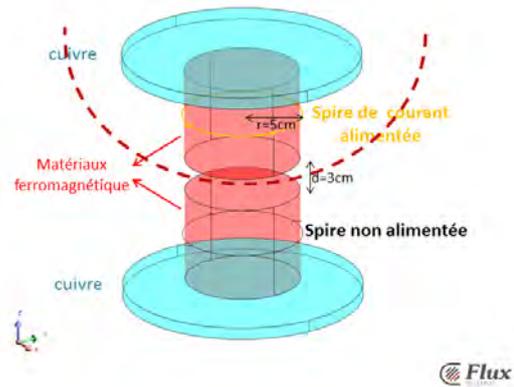


FIGURE 4. Cas mixte avec conducteur et un matériau ferromagnétique

aussi un matériau ferromagnétique. Pour simplifier cet exemple, nous avons mis les deux dispositifs suivant l'axe z. En raison de la symétrie suivant l'axe z, le modèle harmonique équivalent possède seulement les composantes de moment nul.

Dans la modélisation FEM, nous constatons que :

$$M_{thorique} = M_{richmond} = 4.22 \cdot 10^{-8} H \quad (23)$$

La $M_{thorique}$ est calculée à partir du flux magnétique à travers la spire non alimentée :

$$M_{thorique} = \frac{\Phi_{12}}{I_1} \quad (24)$$

Dans la méthode de Richmond, le dispositif du dessus est caractérisé correctement, ce qui signifie que le champ magnétique est mesuré en présence des deux dispositifs. Afin d'obtenir une bonne précision, l'expansion multipolaire est considérée jusqu'à l'ordre 12 ($N_{max} = 12$). Les composantes harmoniques associées au champ magnétique sont différentes dans la méthode de mesure séparée et la méthode de Richmond. Les six premières composantes sont présentés dans le TABLE 3 :

TABLE 3 Coefficients harmoniques

degree	1	2	3	4	5	6
$Q_{richmond}$	1020	356	34.3	0.142	0.141	0.0025
Q_{sm}	955	326	29.1	0.67	0.18	0.0053

Plus intuitivement, si l'on observe le champ magnétique le long de la ligne rouge pointillée sur la FIGURE 4., la différence entre les résultats des deux méthodes est plus évidente (FIGURE 5.). Plus le point d'observation est proche de la source du dessous, plus l'induction magnétique est loin de sa valeur théorique.

L'inductance mutuelle calculée par la méthode de mesures séparées est $3,66 \cdot 10^{-8} H$ avec une erreur relative de 13,4% par rapport à la valeur théorique. L'erreur n'est pas très importante, mais il est toujours pos-

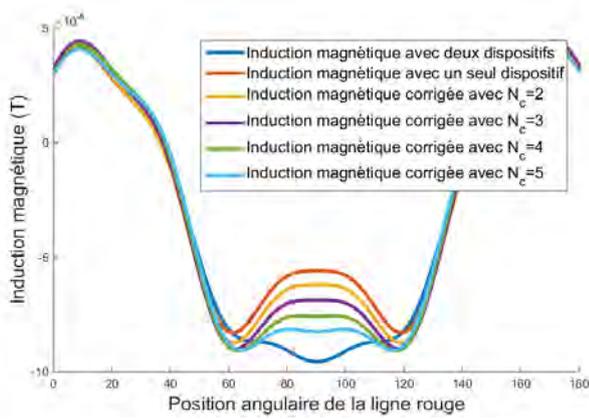


FIGURE 5. Champ magnétique le long de la ligne rouge de la Fig. 4

sible de la compenser par la mesure du champ magnétique. L'idée de l'approche est de déterminer la réponse de la source secondaire à chaque composante harmonique ($N = 1, 2, 3, 4, \dots$) comme indiqué dans la matrice suivante :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & \dots & S_{n1} \\ S_{12} & S_{22} & \dots & S_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{1n} & S_{2n} & \dots & S_{nn} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} = \underbrace{\begin{bmatrix} Q'_1 - Q_1 \\ Q'_2 - Q_2 \\ \vdots \\ Q'_n - Q_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}}$$

Dans cet exemple axi-symétrique, seules les composantes de moment zéro ont besoin d'être considérées. \mathbf{S} représente la réponse de la source secondaire à chaque composante harmonique. S_{ij} est la composante d'ordre i engendrée dans un environnement d'ordre j . Le vecteur \mathbf{Q} est considéré comme connu pour chacune des n sources pures. On mesure le champ autour de cette source en présence de la source secondaire, ce qui donne le vecteur \mathbf{Q}' . En répétant la même procédure n fois avec différentes sources canoniques, la matrice \mathbf{S} peut être construite. Via cette matrice, le champ magnétique induit généré par la source secondaire pourra être pris en compte. En pratique, les sources canoniques choisies sont toutes des sources "pures", avec une composante harmonique prépondérante. Expérimentalement, ces sources pourront être approchées par des assemblages de spires de courant (FIGURE 6.).

Grâce à la méthode de Richmond, seule la source secondaire du dispositif du bas a besoin d'être identifiée. La caractérisation est effectuée en FEM de façon itérative à partir du premier ordre. Le champ magnétique engendré par les composantes harmoniques corrigées est présenté en FIGURE 5.. N_c représente l'ordre maximal considéré pour compenser l'erreur. Nous pouvons voir que plus l'ordre considéré est grand, plus le champ ma-

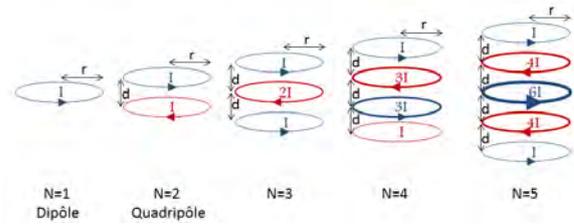


FIGURE 6. Sources harmoniques "pures"

gnétique le long de la ligne rouge s'approche de la valeur de référence, et plus l'inductance mutuelle est précise (TABLE 4).

TABLE 4 Inductance mutuelle corrigée en fonction de N_c

N_c	Inductance mutuelle corrigée	Erreur relative
2	$3,92 \cdot 10^{-8}$	7,1%
3	$4,07 \cdot 10^{-8}$	3,6%
4	$4,16 \cdot 10^{-8}$	1,4%
5	$4,21 \cdot 10^{-8}$	0,3%

Nous avons arrêté la compensation à l'ordre $N_c = 5$, pour lequel la précision est déjà excellente.

IV NOUVEAU BANC DE MESURE AUTOMATIQUE

Dans le travail précédent, un banc de mesure a été développé, qui est basé sur les filtres spatiaux. Malheureusement, ce banc est limité jusqu'à l'ordre 4 et il est compliqué pour identifier les composantes de moment non nul.

Un nouveau banc de mesure automatique est construit au Laboratoire Ampère. Ce banc permet deux mouvements de rotation via : un bras de PVC dans la direction verticale et un support de sources dans la direction horizontale, comme illustré en FIGURE 7..

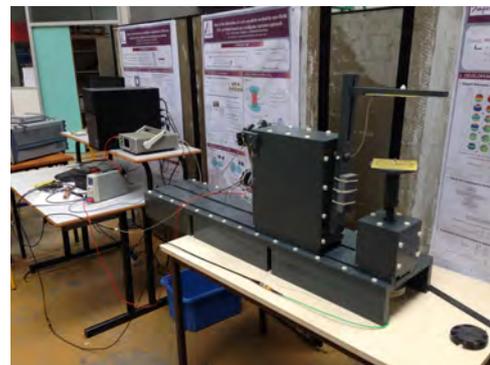


FIGURE 7. banc de mesure

Les mouvements sont réalisés par deux moteurs pas à pas. Le flux magnétique qui traverse le capteur (une spire) est mesuré par un VNA (vector network analyzer). Un ensemble de mesures peut être fait avec les positions de mesure réparties uniformément sur une surface sphérique avec la source à identifier au centre.

La première question qui est posée est quelle taille de spire qu'il faut prendre pour le capteur. Idéalement, la taille de capteur a aucune influence sur les coefficients harmoniques identifiés. Cependant, les résultats de mesures pourraient être déviés par des erreurs de différents types. Dans cette étude, les incertitudes consistent :

- positions de capteur
- position de source
- orientation de source (orientation initiale du bras)
- longueur du bras
- bruit d'environnement

Le bruit d'environnement est caractérisé par les mesures à vide, qui est considéré comme un bruit blanc. Avec un logiciel développé par le G2Elab (MIPSE), 1000 tirages sont fait pour chaque taille de capteur. Les incertitudes normalisés de chaque composante harmonique sont présentées en fonction de la rayon du capteur (FIGURE 8.)

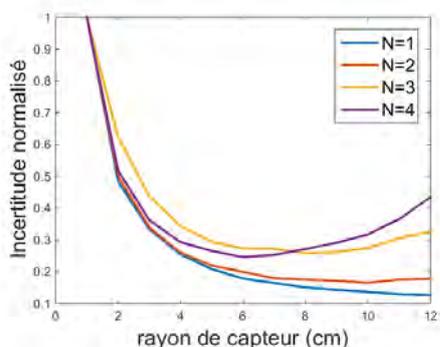


FIGURE 8. Incertitude normalisé de chaque composant harmonique en fonction de rayon du capteur

Il est noté que les incertitudes diminuent au début entre 1cm et 6cm. Parce que plus la taille du capteur augmente, plus la quantité de flux augmente, plus la dynamique de mesure est grande, celle-ci étant limitée par le bruit ambiant et la sensibilité du VNA. Cependant, la taille de sphère de mesure augmente aussi avec le dimension du capteur. On risque de perdre les informations des ordres élevés si la sphère de mesure est trop grande. A cause de cela, les incertitudes sur les composantes d'ordre 3 et 4 augmentent à partir de 8 cm. Afin de trouver un compromis entre la dynamique de mesures et les informations des ordres élevés, on a fait la sommes des incertitudes normalisés (FIGURE 9.).

Au final, on a trouvé qu'un capteur d'un rayon d'environ 7cm est le mieux adapté dans notre recherche pour un bras PVC de 20cm.

V APPROCHE BAYÉSIENNE

L'objectif de cette partie de travail est d'insérer les informations a priori dans les mesures expérimentales. Ces informations peuvent être les résultats de simulations ou

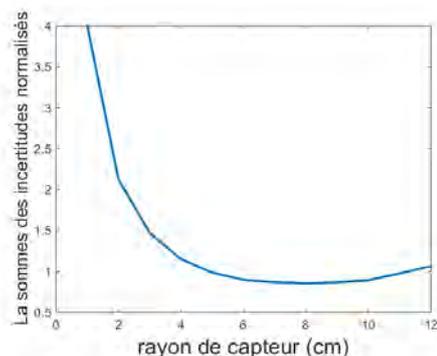


FIGURE 9. La sommes des incertitudes normalisés en fonction de rayon du capteur

les anciennes mesures. L'approche Bayésienne peut nous servir sous plusieurs aspects.

Premièrement, pour identifier une source avec une bonne précision, une grande quantité de mesures sont nécessaires. Vu que chaque mesure est effectuée sur une bande de fréquence, il faut donc beaucoup de temps pour une série complète de mesure. Si la source identifiée est un peu modifiée géométriquement ou on ajoute une source secondaire à coté, le rayonnement sera aussi modifié, mais le changement n'est pas important. Cependant, on est obligé de refaire toutes les mesures pour atteindre la même précision. Avec les informations a priori (les mesures précédentes), le nombre de mesures sera largement réduit.

L'approche Bayésienne nous permet aussi d'insérer les résultats de simulations. Pour l'étude des incertitudes du banc de mesure, il faut prendre énormément de mesures, ce qui n'est pas possible en pratique. Cependant, une étude stochastique est tout à fait faisable en modélisation. L'idée est de faire un grand nombre de tirage en modélisation pour chaque source standard et calculer les incertitudes pour chaque composante harmonique en présence des incertitudes de tous les types. Ensuite, on peut assembler ces résultats en modélisation avec les mesures expérimentales pour non seulement identifier une source inconnue en harmoniques sphériques, mais aussi caractériser ses incertitudes et la répartition de probabilité.

Le théorème de Bayes est issu de la définition des probabilités conditionnelles[7] :

$$P(C | D) \cdot P(D) = P(C \cap D) = P(D | C) \cdot P(C) \quad (25)$$

où $P(C \cap C)$ est la probabilité que les événements C et D se passent en même temps. On a donc le théorème de Bayes :

$$P(C | D) = \frac{P(D | C) \cdot P(C)}{P(D)} \quad (26)$$

- le terme $P(D | C)$ donne la probabilité conditionnelle de D sachant C et est appelée "fonction de vraisemblance"

— le terme $P(C | D)$ donne la probabilité conditionnelle de C sachant D et est appelée "a posteriori"

Dans notre cas, C représente les coefficients harmoniques que l'on cherche à identifier et D représente les mesures de champs magnétiques. Le problème linéaire est :

$$A \cdot X = B \quad (27)$$

- A : le modèle harmonique
- X : les coefficients harmoniques à identifier
- B : Les mesures du champ magnétique

Dans ce travail, on suppose que le modèle harmonique est toujours juste. La densité de probabilité a posteriori $P(X | B)$ est la représentation statistique du problème inverse lorsque de l'information a priori a été insérée. La valeur la plus probable est donnée par le vecteur X (les coefficients harmoniques) qui maximise cette probabilité a posteriori. Ceci se traduit par la minimisation de la fonction suivante :

$$f = (AX - B)^T \cdot S_m^{-1} \cdot (AX - B) + (X - X_0)^T \cdot S_0^{-1} \cdot (X - X_0) \quad (28)$$

avec

- X_0 : la valeur moyenne de coefficient harmoniques dans l'information a priori
- S_0 : la matrice de covariance qui représente les incertitudes modélisées de l'information a priori
- S_m : la matrice de covariance pour les mesures expérimentales

La matrice de covariance S_m ne contient que les bruit d'environnement, parce que toutes les incertitudes géométriques sont considérées dans S_0 en modélisation. Il est donc classique de ne définir que la diagonale de cette matrice avec la variance du bruit de chaque mesure[9]. En supposant que chaque mesure est affectée par la même puissance de bruit, cette matrice sera alors proportionnelle à l'identité.

$$S_m = \sigma^2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \dots 0 \\ \vdots \vdots \vdots \\ 0 \dots 1 \end{pmatrix} \quad (29)$$

σ peut être identifié par une série de mesure à vide. La solution X_m qui annule la fonction (28), maximise la densité de probabilité a posteriori est donnée ci-dessous :

$$X_m = X_0 + S_0 A^T (A S_0 A^T + S_m)^{-1} (B - A X_0) \quad (30)$$

L'incertitude de la solution peut aussi être calculée[8] :

$$\Delta X_m = S_0 - S_0 A^T (A S_0 A^T + S_m)^{-1} A S_0 \quad (31)$$

Si on ne possède aucune information a priori, la solution X_m devient à la solution de la méthode d'estimateur du maximum de vraisemblance :

$$X_{MV} = (A^T S_m^{-1} A)^{-1} A^T S_m^{-1} B_m \quad (32)$$

Si on ne connaît pas la matrice de covariance S_m , X_{MV} devient à la solution de la méthode de moindres carrées :

$$X_{MC} = (A^T A)^{-1} A^T B_M \quad (33)$$

Si l'information a priori est trop incertaine ($S_0^{-1} \rightarrow 0$), X_0 ne sera pas pris en compte et on retrouve la solution de X_{MV} . On retrouve le même comportement avec l'information mesurée. Si elle est trop incertaine, la solution tendra vers X_0 .

VI CONCLUSION

Dans cet article, nous avons étudié l'impact de sources induites (courants induits, milieux ferromagnétiques) sur la précision des couplages inductifs entre sous-systèmes, directement extraits des développements multipolaires des champs de ces sous-systèmes considérés comme isolés. Nous avons montré que cette méthode est valide lorsque ces sources secondaires ne sont présentes que dans un des dispositifs considérés. Si elles sont présentes dans les deux dispositifs, leurs effets ne peuvent pas être pris en compte par les mesures séparées des deux dispositifs : l'inductance mutuelle calculée ainsi est alors imprécise. L'erreur relative commise diminue très vite avec la distance entre les deux dispositifs considérés. La méthode prédictive basée sur des mesures séparées ne peut donc être appliquée si les deux dispositifs sont trop proches. Il est possible de compenser cette erreur par une méthode appelée "Approximation de Born étendue"[6], mais cette méthode nécessite la connaissance de la forme de la source secondaire, ce qui est contradictoire avec l'objectif poursuivi. Nous avons en conséquence proposé une autre méthode pour compenser cette erreur, basée sur des mesures complémentaires des dispositifs séparés, cette fois-ci excités par des composantes harmoniques extérieures, qui permettent une caractérisation partielle des sources induites. Ensuite, on a montré le nouveau banc de mesure et le résultat de l'étude pour chercher le dimension optimal du capteur. A la fin, on a introduit l'approche Bayésienne et comment elle peut nous servir dans la recherche.

VII PERSPECTIVES

Le nouveau banc va permettre de vérifier expérimentalement les résultats et les conclusions de la partie III, qui sont jusqu'ici uniquement fondés sur des considérations théoriques et sur des expériences numériques. L'incertitude du banc sera aussi étudiée avec l'approche Bayésienne.

VIII REMERCIEMENTS

Ce travail est financé par l'Agence Nationale de la Recherche : ANR-14-CE22-0009 "PolHar-CEM".

REFERENCES

- [1] A. Bréard, F. Tavernier, Z. Li and L. Krähenbühl, "New Measurement System of Magnetic Near-Field With Multipolar Expansion Approach", *IEEE Transactions on Magnetics (Volume :52, Issue :3)*, 2015.
- [2] T. Q. V. Hoang, A. Bréard, and C. Vollaire, "Near Magnetic Field Coupling Prediction Using Equivalent Spherical Harmonic Sources", *IEEE Trans. on EMC, Vol. 56, n° 6, pp. 1457-1465*, 2014.
- [3] B. C. Brock, "Using vector spherical harmonics to compute antenna mutual impedance from measured or computed fields", *SANDIA Report*, 2001.
- [4] J. H. Richnokd, "A Reaction Theorem and Its Application to Antenna Impedance Calculations", *IRE transaction on antennas and propagation*, 1961.
- [5] V. H. Rumsey, "Reaction concept in electromagnetic theory", *Phys. Rev., vol. 94 pp. 1483-1491*, 1954.
- [6] VA. Abubakar, T. M. Habashy, "A Green function formulation of the Extended Born approximation for three-dimensional electromagnetic modelling", *Wave Motion, vol. 41*, 2005.
- [7] O. Pinaud, "Caractérisation, modélisation et identification de sources de champ magnétique dans un véhicule électrique", *Université de Grenoble*, 2014. French.
- [8] A. Tarantola, "Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation", *the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 2005.
- [9] L.A. Schmerber, "Spherical harmonic identification using a priori information about electrical device", *IEEE Transactions on magnetics vol.43, no.4*, 2007.

Modèle Echantillonné-Linéarisé d'un convertisseur DC-DC Buck-Boost non-inverseur : analyse de stabilité au changement de schéma de commutation

Amokrane Malou

Bruno Allard, Xuefang Lin-Shi, Alaa Hijazi, Bérengère Le Men (ON Semiconductor France SAS)

Date effective de début du travail : 18/08/2014

Financement de la rémunération du doctorant : CIFRE ON Semiconductor France (Toulouse)

Résumé— Dans ce rapport, une analyse de stabilité du changement de schéma de commutation d'un convertisseur DC-DC dévolteur-survolteur non inverseur avec 4 interrupteurs est présentée. Cette analyse de stabilité s'appuie sur la linéarisation d'un modèle échantillonné du convertisseur autour d'un point de fonctionnement. Cette méthode a déjà fait l'objet de plusieurs publications appliquées à des convertisseurs de type dévolteur ou survolteur. A la connaissance de l'auteur, elle n'a pas été appliquée sur le mode de fonctionnement particulier du convertisseur dévolteur-survolteur à 4 interrupteurs. La difficulté réside dans la transition des séquences. Les limites de la méthode sont abordées ainsi qu'une proposition possible pour les dépasser.

Abstract— In this report, a stability analysis of a 4 switch non-inverting Buck-Boost converter applied on its switching schemes is presented. This stability analysis relies on the so-called Sampled-Data Modeling of the converter around a given operating point. This method has been the subject of many publications applied on Buck or Boost converters. To the author's knowledge, it has not been applied on this particular operating mode of the 4-switch non-inverting Buck-Boost converter. The difficulty lies in the sequence transition. The shortcomings of the method are pointed out and possible solutions to overcome them are mentioned.

I. INTRODUCTION

A. Contexte

L'avènement de nouvelles batteries dont la gamme de tension devient de plus en plus large motive de plus en plus l'utilisation de convertisseurs capables d'élever et d'abaisser la tension de la batterie (appelés dans la littérature convertisseur 4-Switch Buck-Boost), afin de fournir par exemple aux circuits analogiques une tension régulée située à un niveau intermédiaire (3.3 V

typiquement). La durée de vie avant recharge de la batterie est alors optimisée ainsi que la place prise sur le silicium synonyme de réduction de coût. Néanmoins, afin de garder un rendement élevé, il est nécessaire d'introduire plusieurs modes de fonctionnement selon la position relative de la tension d'entrée (celle de la batterie) par rapport à la tension régulée en sortie. On obtient alors un convertisseur qui fonctionnera en mode Buck si la tension d'entrée est suffisamment supérieure à la tension de sortie, en mode Boost si la tension d'entrée est suffisamment inférieure à la tension de sortie et dans un mode de transition souvent appelé mode Buck-Boost, dans lequel les quatre interrupteurs commutent, quand la tension d'entrée se situe dans le voisinage de la tension de sortie à réguler. Cet article traite de l'analyse du mode Buck-Boost sur un convertisseur conçu par l'entreprise ON Semiconductor.

B. Choix d'une séquence de configurations pour le mode Buck-Boost

Selon la position fermée ou ouverte des interrupteurs (figure 1), l'étage de puissance du convertisseur se présente sous différentes configurations. En CCM, on en dénote trois qui peuvent être utilisées selon diverses séquences:

- Configuration « AC »
- Configuration « AD »
- Configuration « BD »

Dans la littérature, trois grandes séquences de configurations ont été présentées :

- « AD-AC-BD-AD »[1]
- « AC-AD-BD »[2]

- « AC-BD-AD »[3]

Le choix parmi l'une d'elle est basé sur un compromis entre rendement, valeur maximale du courant dans l'inductance et passage du mode de conduction continu (CCM) ou mode de conduction discontinu (DCM). La boucle de contrôle implémente la séquence de configurations mais n'empêche pas le convertisseur d'en changer comme il sera montré dans une prochaine section. Ce changement peut rendre le convertisseur instable : on parlera de bifurcation. Ainsi, le but de cette analyse est de fournir au concepteur d'un tel convertisseur un outil capable de l'aider à régler les différents paramètres de la compensation avec suffisamment de marges de stabilité grâce à un modèle fiable.

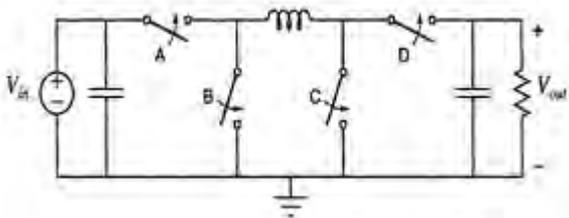


Fig.1. Etage de puissance du convertisseur 4-Switch Buck-Boost

II. L'ARCHITECTURE, SES SÉQUENCES DE CONFIGURATIONS ET SES PROBLÈMES DE STABILITÉ

A. Fonctionnement basique de l'architecture

Le schéma-bloc en figure 2 représente le convertisseur servant de cas d'étude. Les différentes séquences de configurations sont générées en comparant la sortie du comparateur hystérétique avec une horloge asynchrone comme on peut le voir sur la figure 3.

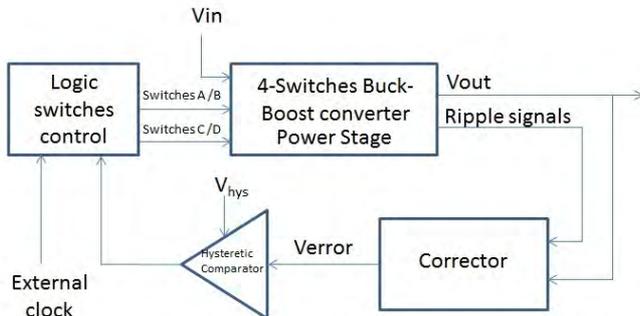


Fig.2. Schéma bloc du convertisseur en boucle fermée en mode Buck-Boost

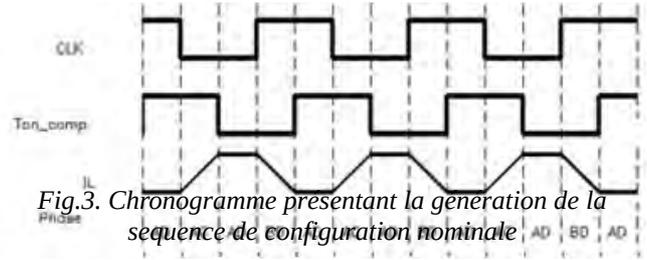


Fig.3. Chronogramme présentant la génération de la séquence de configuration nominale

B. Génération des différentes séquences de configurations

Pour un réglage de V_{hys} donné, on obtient la séquence de configuration nominale « AC-AD-BD-AD ». D'autres séquences de configurations apparaissent quand on baisse cette fenêtre d'hystérésis du comparateur (figure 4).

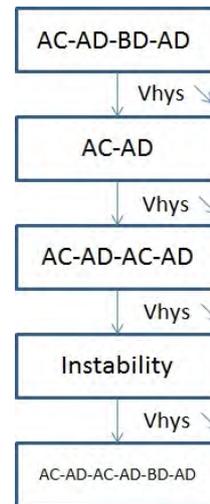


Fig.4. Les différentes séquences de configurations en diminuant l'hystérésis du comparateur à partir de la séquence nominale

C. Problème d'instabilité au changement de séquence de configurations

Quand on tente de passer de la séquence de configuration « AC-AD-AC-AD » à la séquence de configuration « AC-AD-AC-AD-BD-AD » en baissant l'hystérésis, on observe expérimentalement une bifurcation du convertisseur comme on peut le voir en figure 5.

L'outil d'analyse doit permettre in fine de prévoir les conditions de fonctionnement pouvant engendrer ce genre de phénomènes et d'optimiser la conception d'une compensation dont les éléments ont été au préalable déterminés par un modèle moyen d'état.

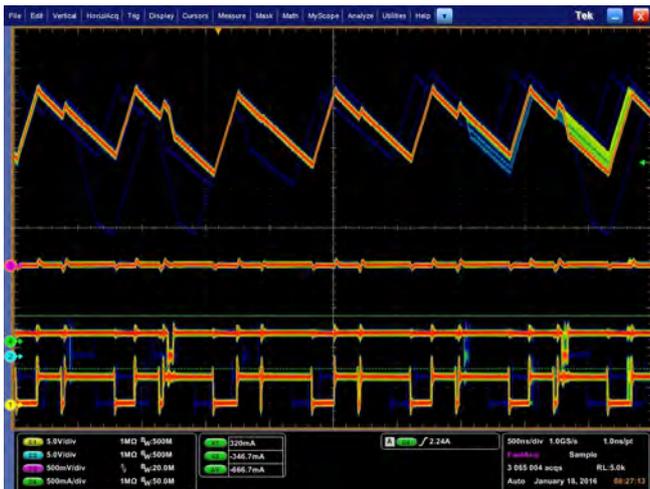


Fig.5. Instabilité du convertisseur repérée sur l'oscilloscope. De haut en bas : courant dans l'inductance, tension de sortie, tension au noeud de commutation d'entrée de l'inductance, tension au noeud de commutation de sortie de l'inductance

III. ANALYSE DE STABILITÉ BASÉ SUR LE MODÈLE ÉCHANTILLONNÉ-LINÉARISÉ DU CONVERTISSEUR

A. Théorie

Cette partie rappelle les grandes étapes qui composent l'application classique de la méthode [4].

1) Hypothèses

Les hypothèses que doit remplir le système pour appliquer classiquement cette méthode d'analyse sont les suivantes :

- Le système est un système dynamique hybride
- Le système est périodique en régime établi
- La stabilité du système est évaluée localement autour d'un point de fonctionnement donné
- Le système ne peut pas changer de séquence de configuration autour du point sélectionné
- Les entrées du système sont considérées constantes sur une période de commutation

2) Matrices d'état augmentées des variables d'entrée

Les variables d'états choisies du système sont les différentes tensions aux bornes des capacités, les différents courants qui traversent les inductances et les entrées externes du système. En utilisant les lois de Kirchoff, on obtient une matrice d'état augmentée pour chaque configuration (AC, BD, AD).[5]

3) Matrices de transition

Elles décrivent l'évolution à partir de leur conditions initiales des variables d'état au cours du temps que dure une configuration. Elles ont la forme suivante :

$$\Phi_i = e^{A_i \cdot d_i \cdot T_{sw}} \quad (1)$$

Avec :

A_i : Matrice d'état correspondante à la configuration en cours

d_i : part de la période T_{sw} passée en configuration i

4) Relation de récurrence au bout d'une période de commutation (N configurations)

$$X_{n+1} = \prod_{i=1}^N \Phi_i \cdot X_n \quad (2)$$

Avec :

X_n : vecteur d'état au début de la période de commutation

X_{n+1} : vecteur d'état à la fin de la période de commutation

5) Conditions de passage d'une configuration à la suivante

Elles sont déterminées ou bien par l'intersection entre un signal du système (tension en sortie d'un amplificateur d'erreur) et une fonction (seuil haut ou bas du comparateur hystérétique, rampe,...), on parle alors de commutation autonome, ou bien par le changement asynchrone d'un signal (signal d'horloge). L'ensemble des conditions de commutation autonomes sont en général regroupées sous la forme suivante :

$$G(X(t)) = K_{select} \cdot X(t) - h(t) = 0 \quad (3)$$

Avec :

K_{select} : vecteur ligne servant à sélectionner le signal du système qui servira au changement de configuration

$h(t)$: signal ou seuil fixé extérieurement au système

L'ensemble des conditions de commutation forcées sont en général regroupée sous la forme suivante :

$$G_f = d_i \cdot T_{sw} - t_f \quad (4)$$

Avec :

t_f : instant où la commutation forcée a lieu

6) Détermination des conditions initiales

Si le convertisseur est en régime établi périodique, alors le vecteur d'état après une période de commutation est le même qu'initialement. On n'a plus qu'à résoudre avec un outil de résolution d'équations non linéaires tel que la fonction `fsolve` de matlab le système d'équation formé par $X_{n+1} = X_n$ et les conditions de commutations afin de pouvoir déterminer les conditions initiales du système en régime établi pour un point de fonctionnement donné.

$$S_i = I_n + \frac{(A_{i+1} - A_i) \cdot X_i \cdot K_{select}}{K_{select} \cdot A_i \cdot X_i - \frac{\partial h(t)}{\partial t}} \quad (5)$$

Avec :

X_i : vecteur d'état à l'instant de commutation numéro i

8) Matrice de Monodromie et étude de ses valeurs propres

$$\Psi(T + t_0, t_0) = \Psi = \prod_i^N S_i \cdot \Phi_i \quad (6)$$

L'étude des valeurs propres de la matrice de monodromie détermine la stabilité locale du système en boucle fermée. Si le module d'une d'entre elles est supérieure à 1, le système est instable.

B. Résultat de l'application classique de cette méthode d'analyse de stabilité sur le convertisseur en séquence de configuration « AC-AD-AC-AD »

Le modèle hybride du convertisseur a été implémenté grâce au logiciel SIMPLIS qui sert de moyen de validation à la méthode d'analyse de stabilité. Comme on peut le constater, il n'y a pas d'erreur de modélisation du régime établi du système dans la séquence de configurations « AC-AD-AC-AD » dans laquelle on va se placer.

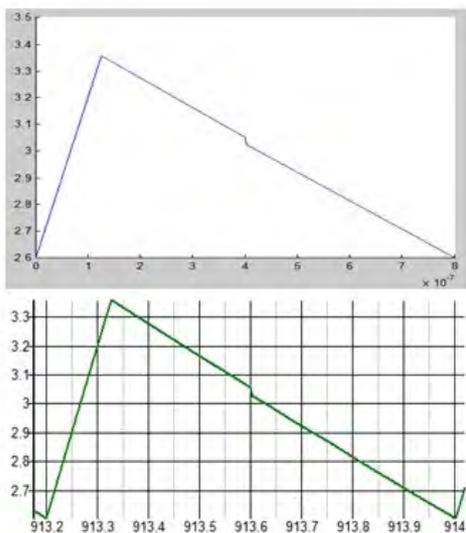


Fig.6. Validation du modèle échantillonné-linéarisé du convertisseur en mode buck-boost pour la séquence de configuration "AC-AD-AC-AD"(en haut sous matlab) avec une simulation sous SIMPLIS (en bas)

On diminue l'hystérésis jusqu'à la frontière entre cette séquence et la suivante. On observe alors les valeurs propres des deux côtés de la frontière en faisant varier l'hystérésis pour être d'un côté ou de l'autre. La fonction fsolve parvient dans tous les cas à déterminer les conditions initiales et donc à « retracer » les signaux des deux côtés de la frontière.

Aucune valeur propre n'a de module qui dépasse l'unité (Figure 7) alors que le modèle hybride sous SIMPLIS indique clairement la présence d'une bifurcation. Ceci est dû au fait qu'une des hypothèses n'est pas remplie dans le mode buck-boost étudié : la séquence de configurations change avec la variation d'hystérésis autour de ce point de fonctionnement. Il faut donc adapter la méthode pour prendre en compte ce changement.

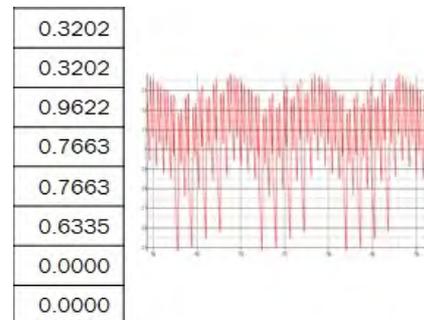


Fig.7. A gauche, modules des différentes valeurs propres calculées sous matlab. A droite, courant dans l'inductance simulé sous SIMPLIS un peu après la frontière entre les deux séquences

C. Résultat de l'application classique de cette méthode sur le convertisseur en séquence de configuration « AC-AD-AC-AD-BD-AD »

La prise en compte de ce changement a été opérée dans un premier lieu en considérant l'application classique de la méthode à la séquence de configurations « AC-AD-AC-AD-BD-AD ». Comme on peut le constater sur la figure 8, il n'y a pas d'erreur de modélisation du régime établi dans cette séquence de configuration.

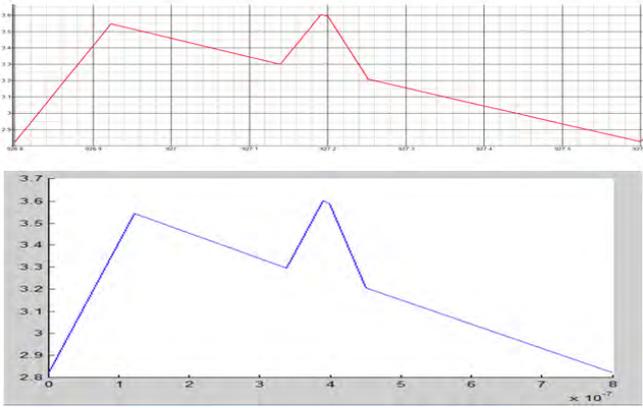


Fig.8. Validation du modèle échantillonné-linéarisé du convertisseur en mode buck-boost pour la séquence de configuration "AC-AD-AC-AD-BD-AD"(en bas sous matlab) avec une simulation sous SIMPLIS (en haut)

On rapproche la valeur d'hystérésis de la frontière entre les deux séquences de configurations et on observe que les valeurs propres n'ont pas de module qui dépasse l'unité encore dans ce cas-là (figure 9).

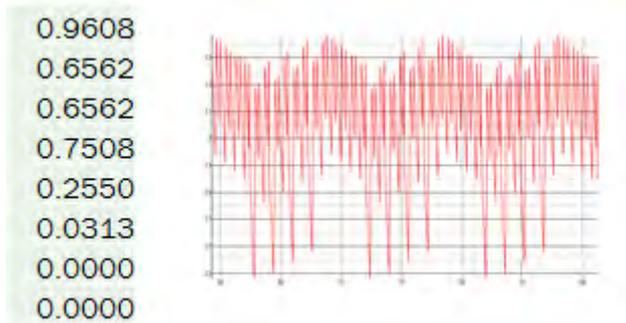


Fig.9. A gauche, modules des différentes valeurs propres calculées sous matlab. A droite, courant dans l'inductance simulé sous SIMPLIS un peu avant la frontière entre les deux séquences

L'étude séparée des deux séquences de configuration de part et d'autre de leur frontière n'a pas permis d'établir l'instabilité qui résulte de son franchissement avec l'application classique de la méthode d'analyse de stabilité basée sur le modèle Echantillonné-Linéarisé du convertisseur en mode Buck-Boost. Il faut donc adapter cette méthode afin de mieux prendre en compte la transition entre les deux séquences.

D. Utilisation de la méthode de continuation convexe de Filippov

La méthode de continuation convexe de Filippov [6] permet de voir le chemin que prennent les valeurs

propres lorsque le système périodique rencontre une surface de commutation qui lui fait changer sa séquence de configurations sans avoir à déterminer en détail la séquence de configurations qui résulte de cette traversée et surtout la durée de chacune d'elles. Il suffit de connaître les configurations qui résultent de cette traversée (à savoir dans notre cas, l'insertion de la séquence de configurations « AD-BD » dans la séquence « AC-AD-AC-AD » pour former la séquence « AC-AD-AC-AD-BD-AD » instable à proximité de la frontière). Il est nécessaire toutefois d'établir les relations de récurrence ainsi que les matrices de monodromie des deux séquences de configuration au préalable.

La méthode consiste à considérer que la séquence « insérée » dure un très court instant quand on se situe infiniment proche par valeur supérieure à la valeur critique du paramètre (dans notre cas l'hystérésis) qui déclenche la bifurcation. On peut alors considérer que la matrice de monodromie en résultant peut s'écrire :

$$\Psi_f = \Psi(T + t_0, t_0 + t_\Sigma) \cdot S_{BD} \cdot S_{AD} \cdot \Psi(t_\Sigma + t_0, t_0) \quad (7)$$

Avec :

t_Σ : instant où la traversée de la frontière à lieu

S_{BD} : matrice de saltation en X_Σ au passage de AD à BD

S_{AD} : matrice de saltation en X_Σ au passage de AC à AD

On forme ensuite la continuation convexe de la matrice de monodromie au voisinage de la frontière :

$$\Psi_c = q \cdot \Psi_f + (1 - q) \cdot \Psi \quad (8)$$

Avec : $0 \leq q \leq 1$

Ψ : matrice de monodromie de la séquence de configuration AC-AD-AC-AD-BD-AD

Comme on peut le constater en figure 10, on obtient bien une des valeurs propres dont le module dépasse l'unité à la frontière entre les deux séquences de configurations.

On peut maintenant utiliser cette méthode adaptée, pour chercher les zones où le convertisseur sera instable dans le mode Buck-Boost.

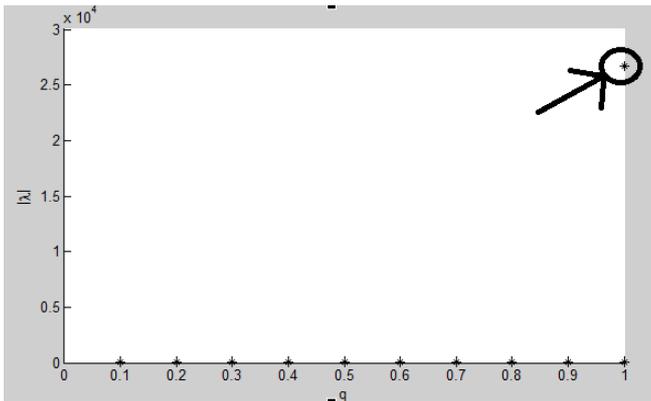


Fig.10. Une des valeurs propres a son module qui dépasse largement l'unité justement à $q=1$

IV. CONCLUSION

La méthode classique d'analyse de stabilité s'appuyant sur le modèle échantillonné-linéarisé du convertisseur n'est valable que si la séquence de configurations ne peut physiquement pas changer avec la variation d'un paramètre autour d'un point de fonctionnement donné.

La méthode a donc été adaptée en utilisant la méthode de continuation convexe de Filippov afin de permettre de prévoir les zones où le convertisseur pourra être instable à cause d'un changement de séquence de configurations. Il reste à utiliser cet outil afin d'optimiser les performances dynamiques du convertisseur en mode Buck-Boost tout en garantissant sa stabilité. Plus de détails seront exposés lors de la conférence PwrSoC 2016 durant laquelle je présenterai un E-poster sur mes travaux [7].

REFERENCES

- [1] Y. Ma, S. Wang, S. Zhang, and X. Fan, "An automatic peak-valley current mode step-up/step-down dc-dc converter with smooth transition," in ASIC (ASICON), 2013 IEEE 10th International Conference on, Oct 2013, pp. 1–4.
- [2] X. Hu and P. Mok, "Analysis and design of three-state controlled transition mode for a buck-boost converter with efficiency and stability enhancement," in Circuits and Systems (ISCAS), 2013 IEEE International Symposium on, May 2013, pp. 697–700.
- [3] Y. Ma, J. Cheng, and G. Chen, "A high efficiency current mode step-up/step-down dc-dc converter with smooth transition," in ASIC (ASICON), 2011 IEEE 9th International Conference on, Oct 2011, pp. 108–111.
- [4] Cortes, J.; Svikovic, V.; Alou, P.; Oliver, J.A.; Cobos, J.A.; Wisniewski, R., "Accurate Analysis of Subharmonic Oscillations of V_2 and $V_2 I_c$ Controls Applied to Buck Converter," Power

Electronics, IEEE Transactions on , vol.30, no.2, pp.1005,1018, Feb. 2015

- [5] H. Visser and P. van den Bosch, "Modelling of periodically switching networks," in , 22nd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1991. PESC '91 Record, Jun. 1991, pp. 67–73.
- [6] Leine, Remco I, Bifurcations in Discontinuous Mechanical Systems of Filippov-Type, Universiteitsdrukkerij TU Eindhoven, The Netherlands, 2000,
- [7] Augmented Sampled-Data Modelling for Stability Analysis of a 4-Switch Buck-Boost Power SoC, E-poster abstract pour PwrSoC 2016 soumis et accepté.

Observateur du couple de charge d'un moteur synchrone à FEM non sinusoïdale

Maxime PELTIER

Xuefang Shi ; Romain Delpoux ; Xavier Brun

Date effective de début du travail : 01/03/2015

Financement de la rémunération du doctorant : INSAVALOR

Résumé—L'objectif de la thèse est la commande de l'effort de serrage d'un frein électromécanique (EMB) sans capteur d'effort. Le moteur étant actionné par un moteur synchrone à force électromotrice (FEM) non sinusoïdale, on cherche à observer le couple de charge sur l'arbre moteur pour estimer l'effort de serrage du frein. L'observation du couple de charge nécessite l'estimation du couple électromécanique à partir des mesures de courants de phase du moteur et de l'estimation des FEM. L'observation des FEM non sinusoïdale du frein est donc nécessaire à l'observation du couple de charge. La transformée de Park étendue permet de découpler et linéariser la partie électrique du moteur à FEM non sinusoïdale et d'estimer le couple électromécanique à partir de l'observation des FEM.

Abstract—The aim of the the thesis is controlling an electromechanical brake (EMB) clamping force without force sensor. The brake is driven with a nonsinusoidal electromotive force synchronous motor. Observing the motor load torque allows estimating the brake clamping force. To design such a torque observer the electromechanical torque estimation is required thanks to current measurement and nonsinusoidal EMF estimation. An nonsinusoidal EMF observer is first designed in order to observe motor load torque. Extended Park transform allows electrical system decoupling, linearizing and electromechanical torque estimation. It requires EMF estimation.

I. NOTATIONS

$x_{ij\dots} = [x_i, x_j, \dots]^T$: vecteur contenant la projections des grandeurs électriques x des phases du moteur dans le repère (i, j, \dots)

v : tension (V)

i : courant (A)

e : force électromotrice (FEM) (V)

$f(\theta_e)$: fonction donnant l'allure de la FEM en fonction de la position du moteur

L_s : inductance (H)

R_s : résistance (Ω)

Φ_f : constante donnant l'amplitude de la FEM (V/rad/s)

θ_e : position électrique du moteur (rad)

ω_e : vitesse électrique du moteur (rad/s)

θ_m : position mécanique du moteur (rad)

ω_m : vitesse mécanique du moteur (rad/s)

J_m : moment d'inertie du système vu de l'arbre moteur (kg.m^2)

f_m : coefficient de frottement fluide sur l'arbre moteur (Nm/rad/s)

τ_{em} : couple électromécanique (Nm)

$\tau_{fric,fluid}$: couple de frottement fluide (Nm)

$\tau_{fric,dry}$: couple frottement sec (Nm)

τ_{load} : couple frottement sec (Nm)

$R(\theta_e)$: matrice de passage de la transformée de Park

P : nombre de paires de pôles du moteur synchrone

μ : position relative du champ tournant par rapport à celle du moteur (rad)

II. INTRODUCTION

A. Démarche et objectifs

Le projet consiste en la modélisation et la commande d'un frein électromécanique. Après la modélisation et l'analyse du système, des lois de commande et des observateurs d'état sont synthétisés, testés en simulation et expérimentalement sur un banc de test. Le

premier objet d'étude est le moteur synchrone à FEM non sinusoïdale qui actionne le frein. L'objectif ici est d'estimer le couple de charge τ_{load} de ce moteur. La figure 1 ci-dessous présente notre démarche.

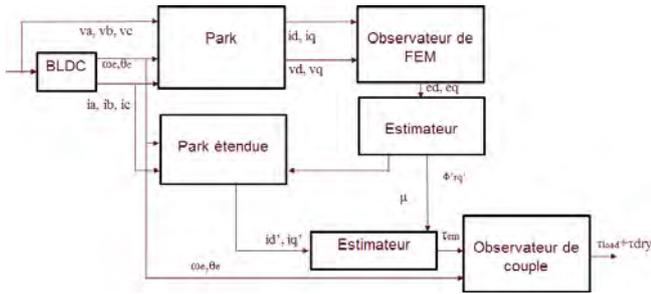


Fig.1. Observation du couple de charge d'un moteur BLDC

La transformée de Park permet la projection des grandeurs électriques de phase dans un repère tournant (d,q) lié à la position du rotor θ_e . Un observateur des projections des FEM e_{dq} dans ce repère tournant est synthétisé. Cette observation permet d'estimer deux paramètres (μ et Φ'_{rq}). Le paramètre μ donne la position du champ rotorique ($\theta_e + \mu$). On peut alors projeter les grandeurs électriques du moteur dans un repère tournant (d',q') lié à cette position du champ tournant (transformée de Park étendue). On peut alors estimer la valeur du couple électromécanique τ_{em} du moteur à FEM non sinusoïdale par :

$$\tau_{em} = \frac{3}{2} P \Phi'_{rq} i_{q'}. \quad \text{III-1}$$

Cette estimation du couple électromécanique : τ_{em} est l'entrée de l'observateur du couple de charge et de frottement sec $\tau_{load} + \tau_{dry}$.

B. État de l'art

La transformée de Park étendue, permet, à partir de l'estimation de la FEM non sinusoïdale du moteur synchrone, de linéariser et découpler la partie électrique du moteur en vue de faire la commande vectorielle et d'estimer le couple électromécanique. Cette transformée est présentée dans : [10], [15], [6], et [5]. Cette transformée de Park étendue peut être faite en utilisant la mesure de position et la transformée de Fourier de la FEM du moteur comme dans [9].

L'observation des FEM sinusoïdales du moteur synchrone est traitée dans [4] et [7]. Des observateurs et estimateurs de FEM non sinusoïdales du moteur synchrone sont présentés dans [16] (observateur linéaire), [2] (estimation via la transformée de Fourier et la position du moteur), [8] (estimation utilisant la logique floue).

Concernant l'observation du couple de charge du moteur à FEM non sinusoïdale, [3] traite cette question en utilisant la décomposition en série de Fourier des courants non sinusoïdaux du moteur pour estimer le couple électromécanique du moteur et ensuite observer la vitesse et la position. On peut aussi pour estimer le

couple électromécanique, utiliser la consigne de couple dans le cadre d'une commande dite direct torque control (DTC) comme cela est fait dans [14].

III. MODÉLISATION DU MOTEUR BLDC

On sépare la partie électrique du moteur et la partie mécanique. On considère que la constante de temps électrique du moteur est très petite devant la constante de temps mécanique du système.

A. Modèle de la partie électrique du moteur synchrone à FEM non sinusoïdale

1) Dans le repère (α, β)

En projetant ces équations électriques dans un repère biphasé orthogonal (α, β) lié au stator, via la transformée de Clarke, on obtient :

$$L_s \frac{di_{\alpha\beta}}{dt} = v_{\alpha\beta} - R_s i_{\alpha\beta} - e_{\alpha\beta}(\theta_e), \quad \text{III-1}$$

avec :

$$e_{\alpha\beta}(\theta_e) = \omega_e \Phi_f f_{\alpha\beta}(\theta_e).$$

Les fonctions f_α et f_β donnent l'allure des projections des FEM dans (α, β) , ce sont des fonctions 2π périodiques alternées non orthogonales.

2) Dans le repère (d,q)

On projette les équations électriques dans un repère tournant lié au rotor grâce à la transformée de Park présentée ci-dessous :

$$x_{dq} = R(\theta_e) x_{\alpha\beta}, \quad \text{III-2}$$

avec :

$$R(\theta_e) = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \sin \theta_e \\ -\sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix}.$$

On obtient :

$$L_s \frac{di_{dq}}{dt} = v_{dq} - R_s i_{dq} - L_s \omega_e \Gamma i_{dq} - e_{dq}(\theta_e), \quad \text{III-3}$$

avec :

$$e_{dq}(\theta_e) = \omega_e \Phi_f f_{dq}(\theta_e),$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Comme les fonctions f_α et f_β ne sont pas orthogonales, l'axe d du repère (d,q) n'est pas aligné avec le champ rotorique et la projection de la FEM suivant l'axe d n'est pas nulle. On note (d',q') le repère tournant dont l'axe d' est aligné avec le champ tournant. Ce repère est définie à partir de la transformée de Park étendue présentée ci-dessous :

$$x_{d'q'} = R(\theta_e + \mu) x_{\alpha\beta}, \quad \text{III-4}$$

Le paramètre μ dépend de l'allure de la FEM du moteur, il mesure la position angulaire du champ rotorique relativement à la position électrique du rotor. Il est défini par :

$$\begin{aligned}\sin(\theta_e + \mu) &= -\frac{f_\alpha(\theta_e)}{f_{q'}(\theta_e)}, \\ \cos(\theta_e + \mu) &= \frac{f_\beta(\theta_e)}{f_{q'}(\theta_e)},\end{aligned}\quad \text{III-5}$$

où :

$$f_{q'}(\theta_e) = \sqrt{f_\alpha(\theta_e)^2 + f_\beta(\theta_e)^2}.$$

On peut grâce à ces relations exprimer f_{dq} en fonction du paramètre μ :

$$f_{dq}(\theta_e) = f_{q'}(\theta_e) \begin{bmatrix} -\sin \mu \\ \cos \mu \end{bmatrix}.\quad \text{III-6}$$

Ce qui donne :

$$\mu = \arctan\left(-\frac{f_d(\theta_e)}{f_q(\theta_e)}\right).$$

Donc :

$$\mu = \arctan\left(-\frac{e_d}{e_q}\right),$$

$$f_{q'}(\theta_e) = \frac{1}{\Phi_f \omega_e} \sqrt{e_d^2 + e_q^2}.$$

Les paramètres μ et $f_{q'}(\theta_e)$ sont définis pour $f_q(\theta_e) \neq 0$, et $\omega_e \neq 0$, soit :

$$\begin{cases} \Phi_f \cos \mu \neq 0 \Leftrightarrow \mu \neq \frac{\pi}{2} [\pi] \\ \omega_e \neq 0 \end{cases}\quad \text{III-7}$$

L'expression du paramètre Φ'_{rq} , introduit dans la définition du couple électromécanique à l'équation II-1 est la suivante :

$$\Phi'_{rq}(\theta_e) = \Phi_f f_{q'}(\theta_e).\quad \text{III-8}$$

B. Modèle d'état de la partie électrique dans le repère (d,q)

On définit le modèle d'état de la partie électrique à partir des équations électriques du moteur dans le repère (d,q) en s'inspirant de [7] :

$$\begin{aligned}\frac{dx_e}{dt} &= A_e(t)x_e + B_e u_e + P_e \varpi_e, \\ y_e &= C_e x_e.\end{aligned}\quad \text{III-9}$$

Le vecteur d'état est : $x_e = [i_d \ i_q]^T$, la variable $u_e = [v_d \ v_q]^T$ est le vecteur d'entrée et ϖ_e une perturbation donnée par $\varpi_e = e_{dq}$. Les matrices d'état sont les suivantes :

$$\begin{aligned}A_e(t) &= \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega_e \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix}, B_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \end{bmatrix}, \\ C_e &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, P_e = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_s} \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

C. Modèle de la partie mécanique du frein

L'équation mécanique du système au niveau de l'arbre moteur est la suivante :

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} = \tau_{em} - f_m \omega_m - \tau_{load} - \tau_{fric,dry},\quad \text{III-10}$$

où $\tau_{fric,dry}$ est le couple de frottements secs. Pour modéliser les frottements, on a utilisé le modèle de Coulomb présenté dans [3]. La valeur du couple électromécanique est donnée à l'équation II-1 et Φ'_{rq} est défini en III-8. Le courant i_q est la composante sur l'axe q' de la projection des courants du moteur dans (d',q') par la transformée de Park étendue présentée à l'équation III-4.

D. Modèle d'état de la partie mécanique

On définit le modèle d'état à partir de l'équation mécanique présentée à l'équation III-10 :

$$\begin{aligned}\frac{dx_m}{dt} &= A_m x_m + B_m u_m + P_m \varpi_m, \\ y_m &= C_m x_m.\end{aligned}\quad \text{III-11}$$

Le vecteur d'état est $x_m = [\theta_m \ \omega_m]^T$, la variable $u_m = i_q$ est l'entrée du système et ϖ_m est une perturbation telle que : $\varpi_m = \tau_{fric,dry} + \tau_{load}$.

Les matrices d'état sont :

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{f_m}{J_m} \end{bmatrix}, B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3P\Phi'_{rq'}}{2J_m} \end{bmatrix},$$

$$C_m = [1 \quad 0], P_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ J_m \end{bmatrix}.$$

Dans la suite du problème, on considère que la perturbation ϖ_m est bornée par une constante positive $\Pi_{\tau m} : |\varpi_m| < \Pi_{\tau, m}$.

IV. OBSERVATEUR DE FEM

A. Observabilité d'un système linéaire perturbé

La définition de la matrice d'observabilité O d'un système linéaire perturbé avec une sortie de dimension l est :

$$O = [C \quad CA^1 \quad \dots \quad CA^{n-1}]^T.$$

Les matrices A , B , C et P sont les matrices d'état du système et n est la dimension du vecteur d'état. La condition d'observabilité est que la matrice soit de rang n . La condition appelée « matching condition » est qui donne le rejet de la perturbation est :

$$[C \quad CA^1 \quad \dots \quad CA^{n-2}]^T \cdot P = 0. \quad \text{IV-1}$$

Cette définition est donnée dans [13].

B. Modèle d'état étendu de la partie électrique dans le repère (d, q)

Dans le modèle d'état présenté à l'équation III-9, la matrice d'observabilité est de rang plein mais la matching condition n'est pas vérifiée. Pour pouvoir observer les FEM e_{dq} , on définit donc le modèle d'état étendu suivant :

$$\frac{dx_{ee}}{dt} = A_{ee}(t)x_{ee} + B_{ee}u_{ee} + P_{ee}\varpi_{ee}, \quad \text{IV-2}$$

$$y_{ee} = C_{ee}x_{ee}.$$

Le vecteur d'état est :

$$x_{ee} = [i_d \quad i_q \quad e_d \quad e_q]^T,$$

la variable $u_{ee} = [v_d \quad v_q]^T$ est le vecteur d'entrée et ϖ_{ee} une perturbation donnée par :

$$\varpi_{ee} = \begin{bmatrix} -f_q(\theta_e)\dot{\omega}_e \sin\mu + \frac{df_q(\theta_e)}{d\theta_e}\omega_e^2 \sin\mu - f_q(\theta_e)\omega_e\dot{\mu} \cos\mu \\ f_q(\theta_e)\dot{\omega}_e \cos\mu - \frac{df_q(\theta_e)}{d\theta_e}\omega_e^2 \cos\mu - f_q(\theta_e)\omega_e\dot{\mu} \sin\mu \end{bmatrix}$$

Les matrices d'état sont les suivantes :

$$A_{ee}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega_e & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{ee} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_{ee} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, P_{ee} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Dans la suite du problème, on considère que la perturbation ϖ_{ee} est bornée par une constante positive $\Pi_{\tau} : |\varpi_{ee}| < \Pi_{\tau}$.

C. Observabilité des FEM dans le repère (d, q)

On étudie l'observabilité des projections des FEM e_{dq} du moteur. On définit une matrice d'observabilité O_e à partir du modèle d'état étendu de la partie électrique (présenté à l'équation IV-2). On a :

$$O_e = [C_{ee1} \quad C_{ee2} \quad C_{ee1}A_{ee} \quad C_{ee2}A_{ee}]^T. \quad \text{IV-3}$$

Ce qui donne :

$$O_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{R_s}{L_s} & \omega_e & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} \end{bmatrix}.$$

La matrice O_e est de rang 4 (dimension du vecteur d'état). La matching condition est vérifiée par :

$$C_{ee} \cdot P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T = 0.$$

Il est donc possible d'observer e_{dq} . Pour estimer les paramètres μ et $\Phi'_{rq'}$ à partir de e_{dq} via les équations III-6, on doit respecter les conditions :

$$\begin{cases} \mu \neq \frac{\pi}{2} [\pi] \\ \omega_e \neq 0 \end{cases} \quad \text{IV-4}$$

La condition sur μ dépend de l'allure de la FEM et donc de la conception du moteur.

On ne peut plus estimer les paramètres μ et $\Phi'_{rq'}$ à basse vitesse. Pour pallier à cette perte d'observabilité, on peut injecter des vibrations sous forme de signaux de tensions variables dans le temps dans le repère $(d, q) : v_q = v_q^c + v_q^{inj}$, où v_q^c est la consigne de v_q fournie par la loi de commande du moteur et v_q^{inj} le signal injecté. La vitesse électrique du moteur est alors : $\omega_e = \omega_e^1 + \omega_e^0$, où ω_e^0 est la vitesse électrique

équivalente générée par la vibration et ω_e^l la vitesse équivalente générée par la loi de commande. L'injection est choisie de telle sorte que : $\omega_e^1 + \omega_e^0 \neq 0$. Cette méthode d'injection de vibration est donnée dans [4].

D. Observation de e_{dq} , estimation de μ et Φ'_{rq}

Un observateur d'état des FEM e_{dq} est synthétisé pour pouvoir estimer les paramètres μ et Φ'_{rq} nécessaires à la transformée de Park. Le système est linéaire soumis à des perturbations et de degré relatif 1. Il est donc judicieux de choisir un observateur par mode glissant capable de rejeter ces perturbations. Un observateur par mode glissant d'ordre supérieur est préférable pour limiter le phénomène de réticence. L'algorithme de super twisting est choisi car adapté à un système de degré relatif 1.

1) Equations de l'observateur

Les équations d'un tel observateur sont les suivantes (voire [7]) :

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}_e}{dt} &= A(t)\hat{x}_e + \xi(y - \hat{y}), \\ \hat{y} &= C\hat{x}_e, \end{aligned} \quad \text{IV-5}$$

avec :

$$\xi(y - \hat{y}) = \begin{bmatrix} \lambda_1 (\sqrt{|y_1 - \hat{y}_1|} \operatorname{sgn}(y_1 - \hat{y}_1)) \\ \lambda_2 (\sqrt{|y_2 - \hat{y}_2|} \operatorname{sgn}(y_2 - \hat{y}_2)) \\ \alpha_1 \operatorname{sgn}(y_1 - \hat{y}_1) \\ \alpha_2 \operatorname{sgn}(y_2 - \hat{y}_2) \end{bmatrix}$$

2) Paramètres de réglage

Les conditions de convergence de l'observateur en fonction des réglages de ses paramètres sont données dans [12] par :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &> K_{m,1} \\ \alpha_2 &> K_{m,2} \\ \lambda_1 &> \sqrt{\frac{2}{\alpha_1 - K_{m,1}} \frac{\alpha_1 + K_{m,1}(1 + p_{01})}{1 - p_{01}}} \\ \lambda_2 &> \sqrt{\frac{2}{\alpha_2 - K_{m,2}} \frac{\alpha_2 + K_{m,2}(1 + p_{02})}{1 - p_{02}}} \end{aligned} \quad \text{IV-6}$$

Les paramètres p_{01} et p_{02} sont des paramètres de réglages compris entre 0 et 1, $K_{m,1}$ et $K_{m,2}$ sont deux constantes qui bornent ϖ_{ee1} et ϖ_{ee2} . Dans notre cas cela revient à dire que la perturbation est bornée :

$$\begin{aligned} K_{m,1} &> |\varpi_1| \\ K_{m,2} &> |\varpi_2| \end{aligned}$$

Comme on l'a vu dans la partie II.B. La perturbation est bornée. Cependant comme ϖ_{ee} dépend de la vitesse, il peut être judicieux de choisir des gains adaptatifs

pour l'observateur afin d'avoir un réglage adapté de l'observateur à différentes vitesses. On doit respecter :

$$\begin{aligned} K_{m,1} &> \left| -f_q(\theta_e)\dot{\omega}_e \sin\mu + \frac{df_q(\theta_e)}{d\theta_e} \omega_e^2 \sin\mu - f_q(\theta_e)\omega_e \mu \cos\mu \right| \\ K_{m,2} &> \left| f_q(\theta_e)\dot{\omega}_e \cos\mu - \frac{df_q(\theta_e)}{d\theta_e} \omega_e^2 \cos\mu - f_q(\theta_e)\omega_e \mu \sin\mu \right| \end{aligned}$$

3) Equations d'erreurs

La dynamique de l'erreur d'observation du vecteur d'état x_{ee} est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{d\varepsilon_{ee}}{dt} = A_{ee}(t)\varepsilon_{ee} + P_{ee}\varpi - \xi(C_{ee}\varepsilon_{ee}), \quad \text{IV-7}$$

où :

$$\varepsilon_{ee} = x_{ee} - \hat{x}_{ee}.$$

Dès que l'observateur a convergé, on a : $\varepsilon_{ee} = 0$, et $\dot{\varepsilon}_{ee} = 0$.

V. ESTIMATION DU COUPLE DE CHARGE ET DE FROTTEMENT SEC

A. Observabilité du couple de charge et de frottement sec

On étudie la matrice d'observabilité et la matching condition comme décrit dans l'équation IV-1. Si ces conditions sont remplies il est alors possible d'estimer le couple de charge et de frottements secs en estimant cette perturbation rejetée par un observateur de vitesse. On définit la matrice d'observabilité O_m à partir du modèle d'état de la partie mécanique (présenté à l'équation III-11) :

$$O_m = \begin{bmatrix} C_m \\ C_m A_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad \text{V-1}$$

La matrice O_m est de rang 2 (dimension du vecteur d'état). La matching condition est vérifiée par :

$$C_m \cdot P_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J_m} \end{bmatrix}^T = 0.$$

Il est donc possible d'estimer le couple de charge et de frottement sec en tant que perturbation rejetée par l'observateur de ω_m .

B. Estimation du couple de charge et de frottement sec

Un observateur d'état de la vitesse est synthétisé pour pouvoir estimer le couple de charge et de frottement sec du moteur à partir de l'estimation de la perturbation ϖ_m rejetée par l'observateur. Le système est linéaire soumis à des perturbations et de degré relatif 1. On choisit là aussi l'algorithme de super twisting.

1) Equations de l'observateur

Les équations d'un tel observateur sont les suivantes (voire [11]) :

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}_m}{dt} &= A_m \hat{x}_m + B_m u_m + \xi(y_m - \hat{y}_m), \\ \hat{y}_m &= C_m \hat{x}_m, \end{aligned} \quad \text{V-2}$$

avec :

$$\xi(y_m - \hat{y}_m) = \begin{bmatrix} \lambda(\sqrt{|y_m - \hat{y}_m|} \operatorname{sgn}(y_m - \hat{y}_m)) \\ \alpha \operatorname{sgn}(y_m - \hat{y}_m) \end{bmatrix}.$$

2) Paramètres de réglages

Les conditions de convergence de l'observateur en fonction des réglages de ses paramètres sont données par :

$$\lambda > \frac{\alpha > K_m}{\sqrt{\frac{2}{\alpha - K_m} \frac{\alpha + K_m(1 + p_0)}{1 - p_0}}} \quad \text{V-3}$$

Le paramètre p_0 est un paramètre de réglage compris entre 0 et 1, K_m est une constante qui borne ϖ_m . La preuve de convergence de l'observateur par super twisting avec ce paramètre de réglage est donnée dans [12]. Dans notre cas cela revient à dire que la perturbation est bornée :

$$K_m > |\varpi_m|,$$

soit :

$$K_m > |\tau_{fric,dry} + \tau_{load}|.$$

3) Equations d'erreurs

La dynamique de l'erreur d'observation du vecteur d'état x_m est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{d\varepsilon_m}{dt} = A_m \varepsilon_m - \xi(\varepsilon_{m,1}) + P_m \varpi_m, \quad \text{V-4}$$

où :

$$\varepsilon_m = x_m - \hat{x}_m.$$

Dès que l'observateur a convergé, on a : $\varepsilon_m = 0$, et $\dot{\varepsilon}_m = 0$, ce qui donne :

$$\xi(\varepsilon_{m,1}) = P_m \varpi_m \Leftrightarrow \alpha \operatorname{sgn}(y_m - \hat{y}_m) = \tau_{fric,dry} + \tau_{load}.$$

En pratique, pour estimer le couple de charge et de frottements secs, on met un filtre passe-bas sur $\alpha \operatorname{sgn}(y_m - \hat{y}_m)$. Dans notre cas la fréquence de coupure du filtre passe bas doit être de l'ordre de l'inverse de la constante de temps mécanique τ_{meca} . Cette méthode d'estimation est présentée dans [11].

VI. CONCLUSION

On a synthétisé et testé en simulation un observateur de couple et de FEM non sinusoïdale du moteur synchrone. Ces observateurs doivent être testés en temps réel sur le banc de test en parallèle des lois de commande déjà implémentées.

REFERENCES

- [1] L. Sidhom, M. Smaoui, D. Thomasset, X. Brun, et E. Bideaux, « Adaptive Higher Order Sliding Modes for Two-dimensional Derivative Estimation », *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 44, n° 1, p. 3063- 3071, janv. 2011.
- [2] C. D. Angelo, G. Bossio, G. Garcia, J. Solsona, et M. L. Valla, « A rotor position and speed observer for permanent magnet motors with nonsinusoidal EMF waveform », in *IECON 02 [Industrial Electronics Society, IEEE 2002 28th Annual Conference of the]*, 2002, vol. 1, p. 756- 761 vol.1.
- [3] L. Hao et H. A. Toliyat, « BLDC motor full-speed operation using hybrid sliding mode observer », in *Eighteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2003. APEC '03*, 2003, vol. 1, p. 286- 293 vol.1.
- [4] A. Zgorski, « Commande en position et vitesse sans capteur mécanique de moteurs synchrones à aimants permanents à pôles lisses : Application à un actionneur électromécanique pour aileron », phdthesis, INSA de Lyon, 2013.
- [5] L. Gasc, « Conception d'un actionneur à aimants permanents à faibles ondulations de couple pour assistance de direction automobile : approches par la structure et par la commande », Toulouse, INPT, 2014.
- [6] A. Boughaba, « Contribution à la commande optimale d'un générateur photovoltaïque-Moteur BLDC sans capteur », Université Hadj Lakhdar Batna, 2014.
- [7] R. Delpoux, « Contribution à l'identification, l'estimation et la commande de MSAP », Ecole Centrale de Lille, 2012.
- [8] B.-G. Park, T.-S. Kim, J.-S. Ryu, et D.-S. Hyun, « Fuzzy back-EMF observer for improving performance of sensorless brushless DC motor drive », in *Twenty-First Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2006. APEC '06.*, 2006, p. 5 pp.-pp.
- [9] C. L. Baratieri et H. Pinheiro, « Hybrid orientation for sensorless vector control of nonsinusoidal back-EMF PMSM », in *IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 2014, p. 621- 627.
- [10] D. Grenier et J.-P. Louis, « Modeling for control of non-sinewave permanent-magnet synchronous drives by extending Park's transformation », *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 38, n° 4, p. 445- 452, août 1995.
- [11] J. Davila, L. Fridman, et A. Poznyak, « Observation and Identification of Mechanical Systems via Second Order Sliding Modes », in *International Workshop on Variable Structure Systems, 2006. VSS'06.*, 2006, p. 232- 237.
- [12] J. Davila, L. Fridman, et A. Levant, « Second-order sliding-mode observer for mechanical systems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, n° 11, p. 1785- 1789, nov. 2005.
- [13] J. P. Barbot et W. Perruqti, *Sliding mode control in engineering*, Marcel Dekker. 2012.
- [14] Y. Shao, R. Yang, J. Guo, et Y. Fu, « Sliding mode speed control for brushless DC motor based on sliding mode torque observer », in *2015 IEEE International Conference*

- on Information and Automation*, 2015, p. 2466- 2470.
- [15] A. Lidozzi, L. Solero, F. Crescimbin, et R. Burgos, « Vector control of trapezoidal back-EMF PM machines using pseudo-Park transformation », in *2008 IEEE Power Electronics Specialists Conference*, 2008, p. 2167- 2171.
- [16] C. L. Baratieri et H. Pinheiro, « Sensorless vector control for PM brushless motors with nonsinusoidal back-EMF », in *2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, 2014, p. 915- 921

Amélioration de la fiabilité des systèmes de stockage de l'énergie électrique multicellulaire par circuits d'équilibrage reconfigurables

Christophe Savard^{1,2}

Eric Niel¹, Pascal Venet², Laurent Pietrac¹, Ali Sari²

¹ : INSA de Lyon, 20 avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex

² : Université Claude Bernard Lyon, 43 bd du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex

Date effective du travail : 1er octobre 2014

Financement de la rémunération du doctorant : CNFPT (Article 97 de la Loi 83-53)

Abstract—The electrical energy storage systems are composed of many individual cells associated in series and in parallel, according to different structures such as series-parallel or parallel-series. The batteries include a part of redundancy and balancing circuits for leveling cell electric parameters using a broader set of switches. Here, we propose a different way to associate cells, for an addition of some switches.

The findings of our comparisons show that two types of mounting are competitive: the parallel-series architecture and the new C-3C. This latter, due to its more switches, allows using stored energy for longer and improves the lifespan of multicellular batteries.

Résumé - Les Systèmes de stockage de l'énergie électrique sont composés de nombreuses cellules élémentaires associées en série et en parallèle, selon différentes structures telles que série-parallèle ou parallèle-série. Les batteries incluent une part de redondance et des circuits d'équilibrage des paramètres électriques des cellules, grâce à un jeu d'interrupteurs. Nous proposons ici une autre façon de les associer moyennant l'ajout d'interrupteurs supplémentaires.

Il ressort de nos comparaisons que deux types de montage sont concurrentiels : le parallèle-série et la nouvelle architecture C-3C. Cette dernière, en raison de ses interrupteurs plus nombreux permet de disposer plus longtemps de l'énergie stockée et améliore la durée de vie des batteries multicellulaires.

Index Terms—batteries, fiabilité, disponibilité, stockage de l'énergie électrique, reconfiguration.

I. INTRODUCTION

CHacun d'entre nous utilise des appareils qui fonctionnent sur batterie, que ce soit un téléphone mobile, un outil ou un jouet électrique de toute nature, voire même un véhicule automobile. Améliorer l'autonomie de ces appareils est un sujet qui sans doute concerne tout à chacun. De nombreuses recherches ont été menées et continuent de l'être dans l'optique de parvenir à ce double objectif d'améliorer le temps d'usage entre deux recharges et à en améliorer la

durée de Vie (DdV). Dans ce but, de nombreuses pistes sont explorées aussi bien sur le plan technologique, afin d'améliorer les capacités de stockage des cellules de base constituant les batteries que dans l'optimisation de l'usage de l'énergie.

La présente recherche s'inscrit dans cette seconde partie de l'état de l'art. Elle se fonde sur l'étude des architectures existantes qui combinent les cellules de stockage élémentaire au sein des systèmes de stockage de l'énergie électrique (SSEE).

Nous allons ici détailler la problématique de la longévité et de la disponibilité à l'usage en nous attachant à la manière dont sont associées les cellules élémentaires au cœur d'une batterie. Après avoir considéré quelques grandes familles d'association, nous proposerons une variante qui sera évaluée et comparée en terme de fiabilité, de nombre d'interrupteurs et de disponibilité. Il sera alors démontré que cette nouvelle architecture qui présente un coût légèrement supérieur aux autres, n'a rien à leur envier en terme de fiabilité et qu'elle permet de disposer plus longtemps de l'énergie stockée dans la batterie tout en accroissant sa longévité.

II. CONTEXTE

Les SSEE se déploient tant pour des applications embarquées, à l'instar des véhicules hybrides ou électriques [1], que pour des usages stationnaires, notamment pour assurer le stockage de l'énergie électrique produite par des sources renouvelables. En effet, la production d'énergie électrique de ces dernières sources (principalement solaires et éoliennes) étant par nature tributaire des conditions météorologiques, il est nécessaire de lisser la production par le biais d'un stockage intermédiaire [2].

Précisément, maintenant que les énergies renouvelables sont en plein essor et que la communauté humaine a pris conscience de la nature limitée des énergies fossiles, l'électricité devient le vecteur énergétique prédominant.

Au sein du laboratoire Ampère, de nombreuses recherches ont été menées dans l'optique de gérer et d'utiliser l'énergie électrique de manière rationnelle quelque soit l'application considérée. Les travaux présentés ici s'inscrivent dans cette démarche, déclinée notamment par le développement d'outils d'analyse et de synthèse intégrant la commande des procédés, le suivi de leurs paramètres physiques et leur fiabilité. Afin d'améliorer la sûreté de fonctionnement (SdF) des systèmes de stockage, le laboratoire Ampère est l'un des seuls à accentuer

ses investigations sur la reconfiguration dynamique interne des batteries afin d'en améliorer les performances.

L'idée sous-jacente consiste, sans toucher à la nature, la quantité, la qualité, le type et la technologie des cellules de base constituant le SSEE, à trouver une architecture qui améliore les performances dans toutes les composantes de la SdF : fiabilité, disponibilité, maintenabilité, sécurité. Ainsi, il est raisonnable d'espérer un meilleur usage de l'énergie stockée en améliorant le durabilité du SSEE : durée de vie, fiabilité, disponibilité avant maintenance. Il va de soi que ces recherches n'ont pas qu'une finalité théorique et qu'elles devront se conclure par une comparaison entre les avantages issus de l'amélioration des performances et l'augmentation éventuelle des coûts de fabrication et de fonctionnement induits.

Il n'en est cependant pas moins vrai qu'il pourrait être reproché cette volonté d'accroître la DdV des SSEE. En effet, aujourd'hui, certains produits grand public présentent une DdV souvent limitée par leur batterie. Cette obsolescence programmée [3] présente l'avantage de maintenir une émulation vive entre les fabricants car l'utilisateur est naturellement tenté d'effectuer un saut technologique au moment où il remplace son équipement devenu obsolète. Alors repousser cet investissement de renouvellement n'est pas nécessairement la priorité majeure des fabricants. Cependant, si la technologie identique, un produit peut présenter une DdV plus grande, ce même produit peut par conséquent conserver sa DdV initiale malgré le recours à des composants présentant une fiabilité moindre, donc avec un coût de production moindre. La véracité d'une recherche d'amélioration de la DdV est donc bien réelle.

Avant même d'aborder les solutions étudiées, comme l'étude présentée ici vise à pouvoir reconfigurer l'architecture du SSEE, il est aisé de supposer que cette structure doit comprendre bon nombre d'interrupteurs. Dans ce cas, les nombreuses commutations risquent d'impacter la fiabilité globale, d'accroître le coût de réalisation et la complexité de la structure ainsi que la commande. Il sera démontré dans la partie 5 que la fiabilité n'est pas impactée, puis par la suite que la complexité apparente se compense par une meilleure employabilité, en ouvrant des perspectives d'utilisation supplémentaires pour les batteries.

III. ASSOCIATIONS MULTICELLULAIRES

Aujourd'hui, afin de répondre aux demandes en énergie et en puissance, les SSEE sont multicellulaires. En effet, la tension d'une seule cellule élémentaire n'est pas suffisante (de l'ordre de 1 à quelques volts [4]) pour répondre aux besoins des applications même si celles-ci sont alimentées par la batterie via un convertisseur DC-DC ou DC-AC qui assure la fourniture du courant nécessaire sous la tension demandée [5]. Les cellules sont ainsi associées en série. De la même manière, afin de fournir un courant important, notamment pour les applications demandant des pointes de puissance instantanée, les cellules sont associées en parallèle. Ainsi les SSEE présentent une allure matricielle : composés de n lignes et de m colonnes [6].

Autre reproche contingente : plutôt que d'essayer d'optimiser les performances consécutives à l'association de

plusieurs cellules élémentaires, il pourrait être possible de concentrer la recherche sur l'amélioration des capacités de stockage, notamment par l'amélioration de la densité massique ou volumique de stockage énergétique. Ces deux pistes sont complémentaires pour améliorer les performances globales du stockage de l'énergie sous forme électrique : d'une part accroître les capacités intrinsèques du système de stockage et d'autre part optimiser son utilisation. C'est un véritable gaspillage que de mal utiliser un système performant.

Une cellule ne présente pas les mêmes caractéristiques physiques qu'une autre. La chimie interne, les concentrations, les vitesses des réactions physico-chimiques, le process et la température de fabrication influent sur les caractéristiques d'une cellule, que l'on peut modéliser par 4 variables d'état :

- le SoC (pour état de charge, State Of Charge), image de la quantité d'énergie stockée à un instant t dans la cellule ;
- le SoH (pour état de santé, State of Health), image du vieillissement de la cellule ;
- la résistance série du modèle de Thévenin équivalent, qui pénalise la réponse de la cellule aux demandes en puissance ;
- la tension à vide de la cellule.

Un cinquième paramètre peut être associé : la température. Ce paramètre n'est cependant pas directement lié au fonctionnement de la cellule mais également à son environnement. Le vieillissement s'opère bien sûr en fonction de l'usage (cycles, profondeurs de décharge, température de fonctionnement [7]), mais aussi, contrairement au mythe qu'une pile ne s'use que si l'on s'en sert, de manière calendaire [8].

Par ailleurs, l'histoire de vie d'une cellule influe sur ses paramètres d'état. En effet, la dégradation continue et progressive, qui suit un processus Gamma [9], peut être plus ou moins marquée selon le courant qui a été débité, la profondeur de décharge (ou le minimum d'énergie restant avant recharge) dans chaque cycle, ou encore la rapidité d'évolution du courant débité... [10]. Ceci conditionne la vitesse de vieillissement (identifiable sur la résistance série R_s et le SoH) et les caractéristiques électriques d'une cellule : capacité de recharge (le SoC ne peut plus remonter à son maximum) et tension à vide.

Aujourd'hui, afin d'améliorer les performances en utilisation des SSEE, les cellules associées sont équilibrées, de manière à ce que les cellules les plus faibles (SoC ou SoH faibles) puissent être suppléées par les plus fortes. Il existe de nombreuses manières de réaliser ces équilibrages, qui ne font pas l'objet du présent article [11], [12], [13].

Pour simplifier, les cellules sont affublées d'un nombre variable d'interrupteurs (entre 1 et 4 généralement) permettant de redistribuer l'énergie en interne et d'isoler les cellules défaillantes : trop âgées, avec un SoH trop faible ; inopérantes car vides (SoC trop faibles) lorsque la batterie débite du courant, chargées à fond (SoC = 1 ou 100%) lorsque la batterie reçoit du courant.

Ainsi, une question pertinente est apparue : est-il possible de réutiliser les interrupteurs déjà présents dans les batteries pour reconfigurer leur structure interne afin d'en améliorer la disponibilité ?

Par disponibilité, il convient d'entendre ici capacité de la batterie à répondre au cahier des charges : débit et recevoir du courant, de manière cyclique ou aléatoire. Elle est mesurable par la durée de fonctionnement avant défaillance, sans avoir recours à une quelconque maintenance (remplacement des cellules les plus vieilles, par exemple).

Mais quitte à adjoindre des interrupteurs aux cellules, rien n'oblige à se limiter aux montages existants. Il est ainsi possible d'imaginer tout type de montage permettant de reconfigurer l'architecture interne et qui permette, du coup, l'équilibrage entre les cellules. La question devient alors : augmenter le nombre d'interrupteurs associés aux cellules permet-il d'améliorer la disponibilité de la batterie ?

Pour démontrer ceci, nous avons considéré trois éléments de comparaison. En partie 4, différents montages sont comparés en terme de fiabilité, c'est-à-dire par rapport à leur capacité à fonctionner malgré une panne aléatoire qui surviendrait sur des cellules, avant que celles-ci n'aient atteint un état de vieillissement tel qu'elles doivent être isolées du reste de la matrice (SoH=0). Puis, dans la partie suivante, nous comparons les montages en terme de nombre d'interrupteurs à adjoindre aux cellules, afin de nous faire une idée des coûts de chaque solution. Enfin, au chapitre 6, c'est la disponibilité qui est comparée pour les deux montages principalement rivaux.

IV. FIABILITÉ

Une matrice est composée de lignes et de colonnes. Si chaque case contient une cellule de base, il est possible de la connecter soit avec les cellules adjacentes de la même ligne, soit avec celles de la même colonne, mais pas des deux manières simultanément. Ainsi, deux structures sont possibles : une en série-parallèle (SP, figure 1), une en parallèle-série (PS, figure 2). A noter que les exemples donnés dans les schémas et illustrant les propos de l'article sont tous capables de fournir la même puissance. Dans le cas d'une structure série-parallèle, l'architecture comprend $n = 3$ lignes et $m = 4$ colonnes. Dans les schémas électriques présentés, l'équilibrage présenté est de type résistif, symbolisé par une simple résistance connectée en parallèle sur une ou plusieurs cellules, dans le but d'équilibrer les SoC par le bas.

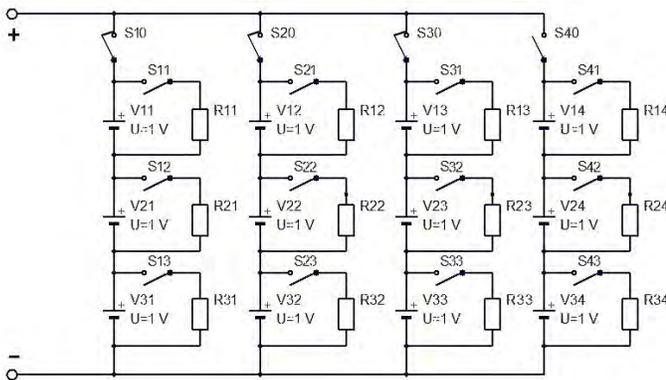


Fig. 1. Structure série-parallèle

Afin de s'affranchir des défaillances des cellules, la batterie comprend un certain nombre de cellules redondantes, destinées

à remplacer les défaillantes. La taille minimale de cette redondance se réduit à une colonne [6], ce qui correspond à $\frac{1}{m-1}$ cellules redondantes au sein de la structure qui peut alors fournir un courant nominal valant $(m-1)$ fois le courant d'une seule cellule.

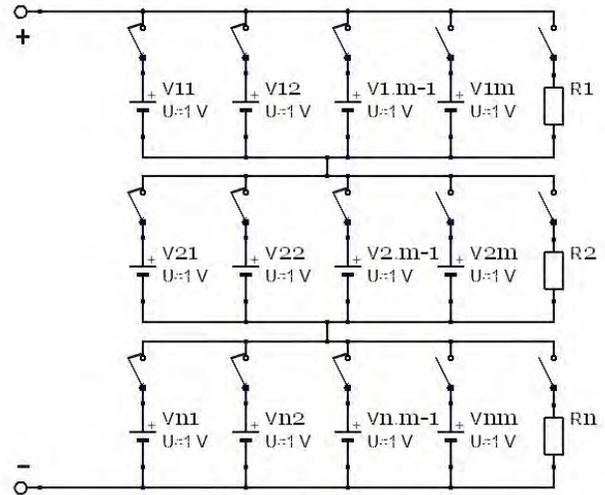


Fig. 2. Structure parallèle-série

En raisonnant sur la meilleure façon de faire circuler le courant au sein de la matrice et en répartissant le courant d'une cellule (i, j) vers trois cellules de la ligne $i + 1$, il est possible de définir une nouvelle structure que nous avons baptisée C-3C, pour une cellule vers trois cellules [5], décrite en figure 3. Au sein de cette structure, répondre à la demande de la charge consiste à créer trois chemins entre les pôles de la batterie.

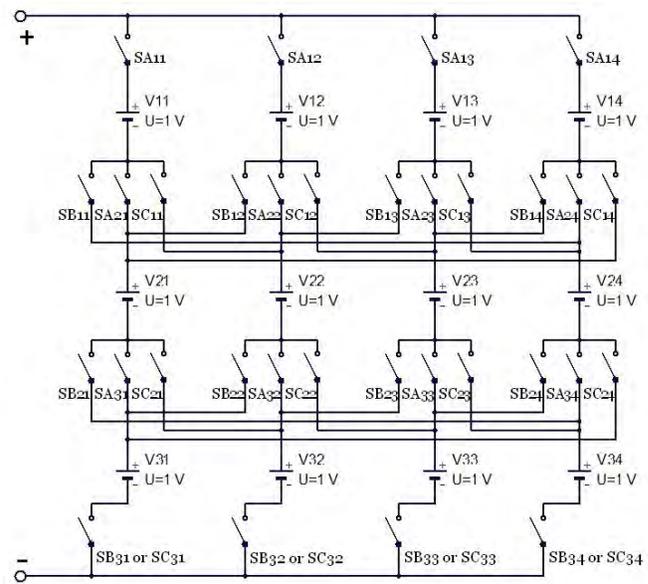


Fig. 3. Structure C-3C

Afin de mesurer la performance en terme d'amélioration de fiabilité induite par la redondance, nous avons pris en considération un montage série-parallèle contenant autant de cellules redondantes que de cellules de base. Ce montage

permet de débiter également $(m - 1)$ fois le courant d'une cellule de base, les cellules redondantes étant strictement identiques. Toutefois, il comprend $2 - \frac{2}{m}$ cellules de plus que les trois autres (figure 4). Pour comparer les quatre montages ci-avant décrit, il convient en premier lieu de s'intéresser à leur fiabilité, décrite par $R(t)$, indiquant la probabilité de bon fonctionnement à l'instant t de la batterie [5]. $R(t)$ est donné respectivement aux équations (1), (3) et (5) pour les montages série-parallèle de la figure 1, C-3C et série-parallèle avec 100% de redondance. Le temps moyen avant première défaillance, qui est donné par la somme continue de $R(t)$ et qui dépend du taux de défaillance instantané des cellules est donné respectivement aux équations (2), (4) et (6). La fiabilité d'un montage parallèle-série obéit aux mêmes Lois que le montage C-3C. Son $R(t)$ est ainsi donné par l'équation (3) et son MTTF par l'équation (4).

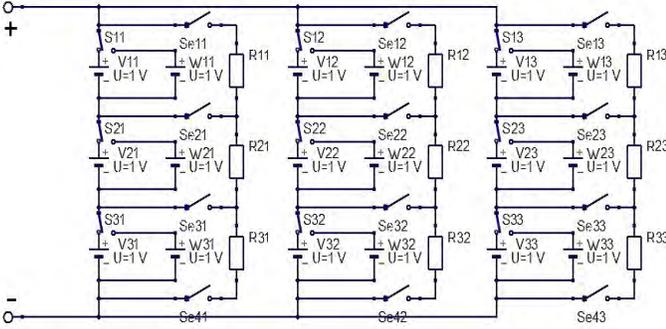


Fig. 4. Structure parallèle de série avec 100% de redondance

$$R_{SP}(t) = e^{-n.(m-1).\lambda_{cell}.t} . (1 + n.(m-1).\lambda_{cell}.t) \quad (1)$$

$$MTTF_{SP} = \frac{2}{n.(m-1).\lambda_{cell}} \quad (2)$$

$$R_{C3C}(t) = R_{PS}(t) = e^{-n.(m-1).\lambda_{cell}.t} . (1 + (m-1).\lambda_{cell}.t)^n \quad (3)$$

$$MTTF_{C-3C} = \frac{1}{(m-1).\lambda_{cell}} \cdot \left[\frac{2}{n} + \sum_{k=2}^n \frac{(\prod_{i=1}^{k-1} (n-i))}{n^k} \right] \quad (4)$$

$$R_{Rdd}(t) = e^{-n.(m-1).\lambda_{cell}.t} . (1 + \lambda_{cell}.t)^{n.(m-1)} \quad (5)$$

$$MTTF_{Rdd} = \sum_{k=0}^{n.(m-1)} \binom{n.(m-1)}{k} \frac{1}{n.(m-1)^k . \lambda_{cell}} \quad (6)$$

En prenant un taux de défaillance instantané identique pour toutes les cellules (par exemple de 10^{-3} défauts par heure), il est possible de comparer les MTTF de tous ces montages, comme montré en figure 5.

Le montage série-parallèle est celui qui présente la moins bonne fiabilité comparée aux trois autres, quels que soient

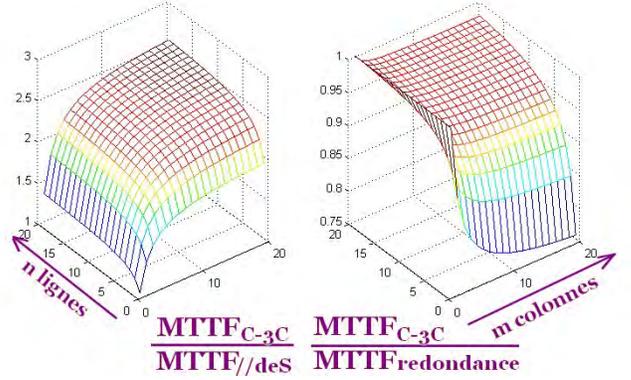


Fig. 5. Fiabilité comparée entre les montages, en fonction de la taille de la matrice

les nombres n de lignes et m de colonnes. Le montage présentant une redondance de 100% n'est pas réaliste car trop onéreux. Il permet néanmoins de fixer une limite maximale à l'amélioration possible par ajout de cellules redondantes. Il reste toujours le montage le plus performant quels que soient n et m . Enfin, les montages parallèle-série et C-3C présentent la même fiabilité, qui est comprise entre les deux autres.

Après examen des performances en terme de fiabilité, le montage série-parallèle, qui présente les moins bonnes, peut être éliminé. Il convient maintenant d'examiner l'aspect structurel des montages encore en lice.

V. INTERRUPTEURS

Le calcul précédant a été établi en considérant, de prime abord, que la fiabilité des interrupteurs est largement supérieure à celle des cellules. C'est en effet le cas si l'on compare le taux de défaillance instantané d'un transistor Mosfet de puissance, donné par les constructeurs valant quelques Fit comparativement à la durée de vie d'une batterie, voisine généralement pour une cellule au lithium de 1000 cycles [14]. Cyclée quotidiennement, une cellule présente une espérance moyenne de vie de trois ans, contre plus de 100.000 ans de MTTF pour un interrupteur. Il restera à confirmer cette hypothèse par rapport à l'usage et aux sollicitations de la batterie en terme de commutation.

Pour chacune des architectures, le nombre d'interrupteurs est proportionnel au nombre de cellules en lignes (n) et de colonnes (m). Il est donné respectivement aux équations (7) à (9) pour les montages parallèle-série, C-3C et à redondance maximale.

$$Nb_{interPS} = n.(m+1) \quad (7)$$

$$Nb_{interC3C} = 3.n.m \quad (8)$$

$$Nb_{interRdd} = (2n+1).(m-1) \quad (9)$$

Pour le montage C-3C, seuls $(3n-1).m$ interrupteurs sont utiles. Toutefois, dans une optique d'implantation industrielle, il est plus efficace de ne réaliser qu'un seul type de module

associant une cellule avec le même nombre d'interrupteurs, quelle que soit l'implantation au sein de la batterie, la dernière ligne ne nécessitant que deux interrupteurs par cellule.

Lorsque le nombre de lignes et de colonnes devient important, le montage parallèle-série est celui qui en demande le moins (toujours un par cellule, plus les éventuels circuits d'équilibrage), ces deux concurrents en demandant deux ou trois fois plus.

Lorsqu'une cellule défaille par vieillissement (son SoH tombant à 0), elle est remplacée par une cellule redondante dans les montages SP et PS. En C-3C, la cellule est simplement isolée, exclue des ressources disponibles pour répartir le courant au sein de la structure. La brusque mise en parallèle d'une cellule redondante quasiment neuve avec $(m - 2)$ cellules vieillies risque d'entraîner de forts courants d'équilibrage qui circuleront de la cellule la plus jeune vers les autres, à l'instar de la chémokine entre une souris jeune et une souris âgée [15], [16] dans l'expérience de Wyss-Corray.

Dans le cas du montage comprenant 100% de redondance, cette même disparité va se rencontrer lorsqu'une cellule fraîche va être introduite en série avec les autres. Un déséquilibre dans la somme des tensions à vide va apparaître entre les branches, ce qui conduit à des courants d'équilibrage circulant des cellules les plus puissantes vers les moins, via la somme des résistances séries des cellules et des interrupteurs de chaque branche.

Ainsi, même si la défaillance est mieux maîtrisée, le fonctionnement interne risque de réduire la disponibilité de la structure.

Comme la structure à redondance maximale ne présente pas d'avantage sur les deux autres (nombreux interrupteurs et difficultés pressenties en fonctionnement), il n'apparaît pas nécessaire de lui faire poursuivre la comparaison.

VI. DISPONIBILITÉ

Pour simuler la disponibilité, nous avons considéré des cellules modélisées selon notre propre modèle électrique, incluant les phénomènes de relaxation [17], l'influence de la température [18] et l'évolution de la tension à vide en fonction de l'état de charge [19]. En effet le modèle de Nernst, habituellement utilisé [17], comme le modèle fourni dans Matlab/Simulink, ne permettent pas de bien maîtriser le comportement électrique interne de la batterie : évolution de la résistance série, de la tension à vide, phénomène de relaxation et évolution de la quantité de charge maximale stockable [20]. Nous avons ainsi réalisé notre propre modèle, dit modèle de Savard. Ce modèle paramétrique utilise les cinq variables d'état décrites au chapitre 3. Il permet la mise en série et en parallèle ainsi que le suivi des paramètres.

Ainsi, en simulant pour le moment un montage d'une seule ligne, il apparaît déjà que le montage C-3C présente environ 50% d'amélioration de la disponibilité. En effet, comme montré en comparant les figures 6 et 8, il est aisé de constater que le montage C-3C utilise mieux les ressources disponibles. La figure 6 présente les résultats d'une simulation sans contrainte de défaillance autre que par vieillissement ou par chute à zéro du SoC pour un montage parallèle-série comprenant

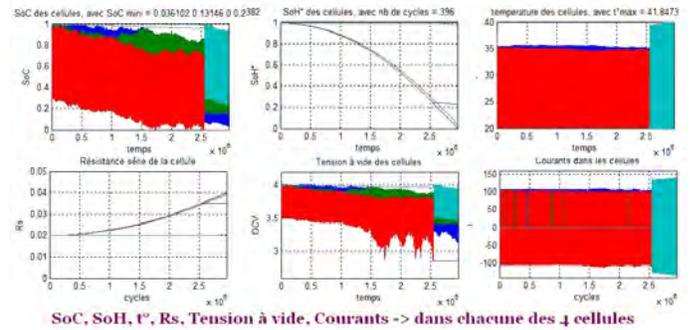


Fig. 6. Mesure de la disponibilité sur les paramètres d'état + les courants pour un montage Parallèle-Série, simulation sans contrainte ($n=1, m=4$).

trois cellules de base plus une cellule redondante. La même simulation est effectuée pour le montage C-3C. Les résultats sont présentés en figure 8. Les mêmes données sont reprises pour effectuer les simulations en forçant la défaillance d'une cellule au bout de 300 cycles, afin de tester le comportement de la batterie dans ce cas. Les résultats font l'objet des figures 7 et 9.

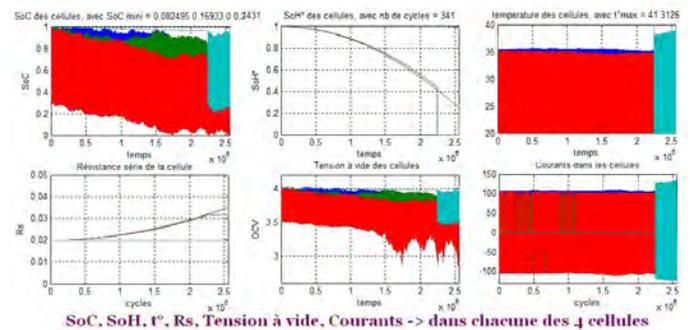


Fig. 7. Mesure de la disponibilité sur les paramètres d'état + les courants sur un montage Parallèle-Série, simulation avec défaillance

Chaque simulation est établie avec les mêmes paramètres, y compris la part aléatoire de défaillance physico-chimique interne et propre à chaque cellule utilisée (rigoureusement les mêmes dans les quatre simulations), avec ou sans défaillance de la cellule 2 provoquée après 300 cycles.

Ainsi, l'architecture C-3C permet d'éviter l'épuisement des cellules de base, avant de mettre en service la cellule redondante. En outre, elle préserve la cellule la plus faible à chaque commutation (ou restructuration interne). Les simulations ont été effectuées sur la base de batteries VL6H vieillies déjà étudiées au laboratoire Ampère, pour lesquelles la DdV annoncée a été réduite à 500 cycles pour raccourcir le temps de simulation. Les batteries ont été soumises à des cycles répétitifs consistant à une décharge sous un courant de 1-C rate de 70% du SoC de toutes les cellules de base, puis une recharge complète sous le même régime, suivi d'une relaxation de la même durée que la décharge. Avec cette profondeur de décharge, il arrive lors des simulations que le SoC atteigne zéro bien avant que la cellule ne soit vieillie (SoH=0). La défaillance finale s'obtient soit par le vieillissement de deux cellules, soit par le vieillissement de une cellule et le vidage

d'une autre, soit (plus rarement) par le vidage de deux cellules. La batterie est en effet considérée comme indisponible dès qu'elle ne sait plus répondre au cahier des charges : fournir un courant nominal de (m-1) fois celui d'une cellule de base, sans entrer dans un quelconque mode dégradé.

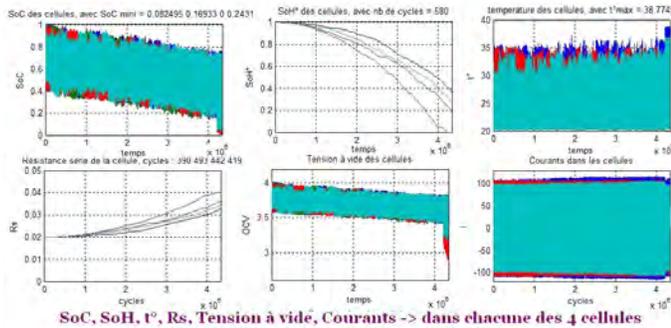


Fig. 8. Mesure de la disponibilité sur les paramètres d'état + les courants sur un montage C-3C, simulation sans contrainte

Pendant cette simulation, les chemins de courant dans la structure C-3C changent environ 16.000 fois, ce qui implique que les transistors commutent moins de 16.000 fois pendant les 1206 heures de fonctionnement. Compte-tenu des niveaux de fiabilité des MosFet indiqués au début du chapitre précédent, il est plus probable qu'une défaillance provienne d'une cellule plutôt que d'un transistor. Pour la simulation, les constantes de temps entre les commutations (passage de l'état On à l'état Off et inversement) ont été négligées car très petites devant celles de la batterie. En revanche, les résistances série, fonction du courant circulant, ont été modélisées.

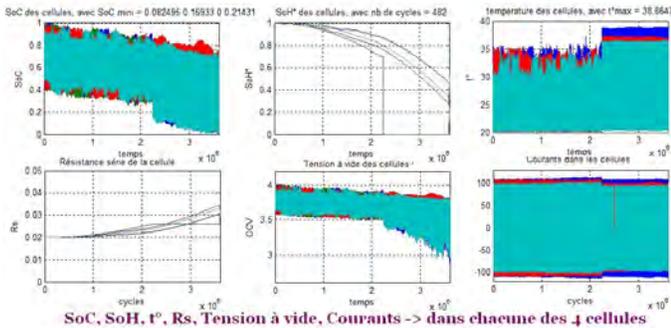


Fig. 9. Mesure de la disponibilité sur les paramètres d'état + les courants sur un montage C-3C, simulation avec défaillance

VII. CONCLUSIONS

L'étude en est arrivée au point où il est possible de répondre à une partie de la problématique : à savoir est-il possible d'améliorer la disponibilité grâce à une implantation judicieuse d'interrupteurs ? Il est répondu par l'affirmative à cette question : oui, il est possible, sans toucher à la technologie des cellules, d'améliorer l'usage de l'énergie qu'elles renferment et ainsi d'optimiser le rendement global d'utilisation des batteries, par nature multicellulaires.

Pour une fiabilité équivalente au montage série de parallèle, qui est en plein développement au sein des structures

matricielles de batteries, malgré un triplement du nombre d'interrupteurs, il est possible d'améliorer la durée d'utilisation des ressources de l'ordre de 50%. Ce point devra maintenant être étudié théoriquement, sur la base de nombreuses simulations, intégrant tous les cas de cessation de disponibilité, afin de formaliser le résultat.

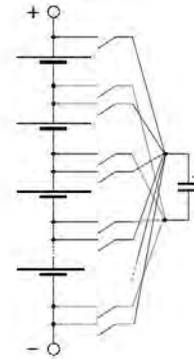


Fig. 10. Circuit d'équilibrage distributif capacitif d'une cellule quelconque à une autre

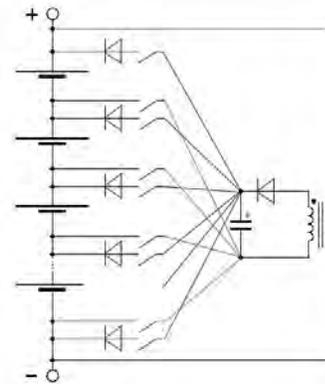


Fig. 11. Circuit d'équilibrage redistributif en flyback

Certes, à ce jour, la disponibilité des montages sur plus d'une ligne n'a pas encore été analysée, de même que sur les schémas d'équilibrage existants qui permettraient de répondre à la question initiale. Ils sont au nombre de deux. Celui, distributif entre deux cellules quelconques, à base capacitive, de la figure 10 et celui distributif du pack vers une cellule à base du montage flyback, représenté en figure 11. Ils seront simulés et testés prochainement.

Toutefois, un autre avantage dans la structure C-3C réside dans le formidable nombre de choix de combinaisons possibles pour définir les chemins empruntés par le courant dans la batterie et dans la possibilité de définir des Lois de commande discrètes intégrant un fonctionnement en mode dégradé. Effectivement, la simulation a cessé par arrêt de disponibilité, ce qui protège la batterie. Mais, pour certaines applications, là où la sécurité est un critère primordial, il est préférable de maltraiter la batterie afin de continuer à fournir le courant demandé. Avec des cellules qui vieillissent moins en C-3C, il restera à prouver que ce montage permet également de fonctionner plus longtemps en faisant débiter chaque cellule au-delà de leur nominal de 1-C.

Ainsi, une des cibles qui peut être immédiatement identifiée pour les premières implantations du C-3C se situe dans les drones. Notamment les drones militaires d'observation à mission longue qui ont vocation à conserver une altitude constante, sans retour au sol avant fin de mission et qui se réalimentent par leurs propres panneaux solaires. Le sur-coût induit par l'adjonction de deux transistors supplémentaires par cellule devient ici totalement dérisoire.

REFERENCES

- [1] T. Stuart and C. A. A. P. Fang Fang, X.W., "A modular battery management system for hevs," 2002, university of Toledo.
- [2] C. i. K. T. V. Thang, A. Ahmed and J. H. Park, "Flexible system architecture of stand-alone pv power generation with energy storage device," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 30, no. 4, pp. 1386–1396, Dec. 2015.
- [3] A. Garric, "L'ipad est programme pour etre rapidement obsolete," *Le Monde*, pp. <http://ecologie.blog.lemonde.fr/2010/05/28/lipad-est-anti-ecologique/>, May 2010.
- [4] W. Q. T. Kim and L. Qu, "Series-connected self-reconfigurable multicell battery," *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2011 Twenty-Sixth Annual IEEE, Fort Worth, TX*, pp. 1382–1387, 2011.
- [5] L. P. A. C. Savard, E. Niel, "Amelioration de la fiabilite des structures matricielles de batteries," in *Lambda-Mu 2016*, 2016.
- [6] L. P. P. V. E. N. Christophe SAVARD, Ali Sari, "C-3c: a sstructure for high reliability with minimal redundancy for batteries," in *2016 ICIT International Congress of Industrial Technology, Taipei*, Mar. 2016.
- [7] F. P. B. M. Broussely, P. Biensan, "Main aging mechanisms in li ion batteries," *Journal of Power Sources*, no. 146, pp. 90–96, 2005.
- [8] A. C. Marion Soussens, Roland Laulheret, "Modeles de degradation des batteries d'accumulateurs," 2014, cNES, Toulouse.
- [9] H. C. Y. . a. T. Sasaki, T. Nonaka, "Capacity-fading mechanisms of linio2-based lithium-ion batteries," *Journal of the Electrochemical Society*, no. 1566, pp. A289–A293, 2009.
- [10] H. D. U. Sauer, "Comparison of different approaches for lifetime prediction of electrochemical systems, using lead-acid batteries as exemple," *Journal of Power Sources*, no. 176, pp. 534–546, 2008.
- [11] M. Y. S. Lee, "Intelligent control battery equalization for series connected lithium-ion battery strings," *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*, vol. 52, no. 5, pp. 1297–1307, Oct. 2005.
- [12] J. C. J. A. R. F. Reinhardt Klein, Nalin A. Chaturvedi and A. Kojic, "Electrochemical model based observer design for a lithium-ion battery," *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, vol. 21, no. 2, pp. 289–301, Mar. 2013.
- [13] L.-A. D. Olivier Tremblay, "Experimental validation of a battery dynamic model for ev applications," *World Electric Vehicle Journal*, vol. 3, pp. 289–298, May 2009.
- [14] J. L. J. H. M. O. Languang Lu, Xuebing Han, "A review on the key issues for lithium-ion battery management in electric vehicles," *Journal of Power S*, no. 236, pp. 272–288, 2013.
- [15] C. SAVARD, *La Cueillette*, ser. Les Editions du Mainate, L. E. du Mainate, Ed., Aug. 2012, no. 1, p88.
- [16] T. Wyss-Corray, "The ageing systemic milieu negatively regulates neurogenesis and cognitive function," *Nature*, no. 477, pp. 90–94, Aug. 2012.
- [17] H. Y. R. Xiong, H. He, "Modeling for lithium-ion battery used in electric vehicles," *Procedia Engineering*, no. 15, pp. 2869–2874, 2011.
- [18] S. S. Bourlot, P. Blanchard, "Investigation of aging mechanisms of high-power li-ion cells used for hybrid electric vehicles," *Journal of Power Sources*, no. 196, pp. 6841–6846, 2011.
- [19] F. K. R. Xiong, H. He, "Online estimation of peak power capability of li-ion batteries in electric vehicles by a hardware-in-loop approach," *Energies*, pp. 1455–1469, 2012.
- [20] M. D. U. W. B. Kortschak, C. Kurtulus and V. Hennige, "Detection method of battery cell degradation," *2011 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, Chicago, IL*, pp. 1–6, 2011.

Développement multipolaire en harmoniques sphériques, sphéroïdales et cylindriques appliqué à la modélisation de source de rayonnement en Compatibilité Electromagnétique

François Tavernier

A. Bréard, D. Voyer et L. Krähenbühl

Date effective de début du travail : 01/11/2014

Financement de la rémunération du doctorant : Allocation ministérielle

Résumé - Pour prévenir les problèmes de Compatibilité Electro Magnétique (CEM) il faut pourvoir notamment prédire la mutuelle inductance entre deux dispositifs. Pour modéliser une source de perturbation comme source ponctuelle, le champ magnétique peut être représenté par un développement en harmoniques sphériques. Le calcul de la mutuelle de deux dispositifs dont on connaît les développements en harmoniques est simplifié. Cependant, cette méthode présente des limites notamment lorsque deux dispositifs sont proches. Nous exposerons deux solutions à ce problème. Puis dans ce papier nous définirons la formulation du développement harmonique polaire et elliptique.

Abstract - To prevent from the design phase the Electro Magnetic Compatibility problems (EMC), one must notably predict the mutual inductance between elements. Under certain assumptions which are explained in this paper, the mutual inductance can be determined from the harmonic expansion of the magnetic field of each of these elements, considered alone: this characterization is done only once, couplings depend then only of the relative positions, which can then be optimized during the design. This method has however validity limits, especially when two elements are very close to one another. After explaining in detail this problem, we explain an approach in 2D to solve it: change the center of development. Moreover we study the passage from harmonic in circular-cylinder coordinates, to elliptic-cylinder coordinates.

I INTRODUCTION

On rencontre des problèmes de Compatibilité Electro Magnétique (CEM) notamment dans le cas des convertisseurs d'électroniques de puissance, il est notamment important de déterminer le couplage en champ proche entre deux composants complexes. Cependant, les problèmes de CEM sont souvent traités après la mise au point d'un prototype. Ces interférences électromagnétiques

conduisent à des coûts supplémentaires et retardent la fabrication. Afin de prendre en compte certain type de problèmes de CEM dès la phase de conception, il serait judicieux de connaître le champ magnétique émis par un dispositif. Une première solution consiste à modéliser l'interaction entre des dispositifs par des méthodes telles que la "Finite Element Method" (FEM) ou la "Boundary Element Method" (BEM), cela nécessite de connaître la géométrie et les matériaux constituant chaque dispositifs. De plus si on change de configuration il est nécessaire de recalculer tout le problème, ces méthodes deviennent donc inabordables dès lors que les systèmes deviennent complexes. Une autre solution consiste à mesurer le champ magnétique autour de la source afin de pouvoir reconstruire une source de rayonnement équivalent. Il existe une méthode utilisant des algorithmes génétiques [1] afin de trouver l'orientation et l'amplitude de dipôles repartis uniformément à l'intérieur de la source. Dans notre laboratoire il a été développé une méthode de reconstruction de source [2] basée sur des expansions harmoniques multipolaires du rayonnement en champ proche autour d'un élément.

A partir des coefficients harmoniques d'une source, on peut représenter les champs électromagnétiques autour de la source sous la forme d'une somme infinie (tronquée) de termes connus et standards (dipôle, quadripôle, octopôle...), néanmoins cette représentation n'est valide qu'à l'extérieur du zone de validité. Lorsque deux sources sont identifiées suivant un tel développement, on peut utiliser directement ces développements pour déterminer leur couplage via le calcul de la mutuelle inductance en fonction de leurs positions respectives. Notre méthode a pour avantage d'avoir une matrice inverse bien conditionnée [9], même si l'ordre du développement augmente. Le point faible de la méthode est de représenter uniquement le champs magnétique à l'extérieur du zone de validité

Pour déterminer si notre méthode est applicable, il faut

d'abord déterminer une marge autour de la source que l'on appelle "Zone d'exclusion" dans cette zone il n'est pas nécessaire de connaître le champ magnétique, qui peut être définie par des contraintes fonctionnelles (par exemple thermique). Ainsi la solution pour étendre notre méthode à des cas plus généraux est d'utiliser un autre type de géométrie. Il existe trois cas possibles, figure 1.: tous les développements multipolaires peuvent être appliqués, dans le cas figure 2.: le développement circulaire n'est plus valable et dans le troisième cas aucun des développements ne peut être utilisé, notre méthode est trop approximative dans ce cas, et le résultat obtenu peu être éloigné de la réalité.

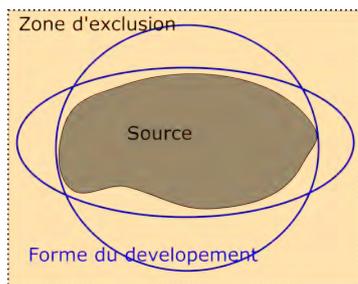


Fig. 1.: Tous les développements multipolaires sont valides

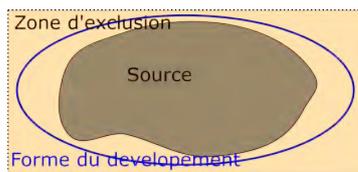


Fig. 2.: Seul les développements elliptiques sont valides

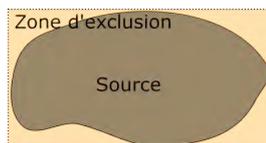


Fig. 3.: Impossible d'utiliser un développement multipolaire

Onze types de développements harmoniques sont recensés dans la littérature [3]. Ce travail s'intéresse particulièrement à deux d'entre eux, valables pour la résolution de l'équation Laplace en 2D, de manière à comparer leurs performances pour la description du champ proche en fonction de la forme du dispositif représenté : développement circulaire (transposition en 2D des harmoniques sphériques classiques), et développement elliptique, qui pourrait être plus efficace pour des objets allongés.

Dans la suite de ce rapport, nous allons montrer sur un exemple concret quels peuvent être les avantages du changement de géométrie lors de la reconstruction de source. Nous rappellerons ensuite comment calculer la mutuelle inductance entre deux sources à partir de leur champ reconstruit par la méthode des harmoniques circulaires. Enfin nous montrons un exemple de calcul de mutuelle entre deux sources très proches.

II EXEMPLE RECONSTRUCTION DE SOURCE

Dans le vide le champ magnétique est solution de l'équation de Laplace il s'exprime sous la forme d'une somme de fonction harmonique:

$$\mathbf{B} = \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{Mp} e^{-in\theta} \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \quad (1)$$

Avec les coefficients du développement harmonique $D_n^{Mp} \in \mathbb{C}$, ces coefficients sont indépendants de r mais dépendent du centre O du système de coordonnées.

A partir de la connaissance du champ magnétique, on peut identifier les différents coefficients du développement par une projection orthogonale sur la base des fonctions harmoniques polaire de centre O :

$$D_n^{Mp} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{B}(R_0 e^{i\theta}) e^{in\theta} d\theta \quad (2)$$

Dans le cas d'un développement circulaire le choix du centre de développement est arbitraire. Le cercle de validité va être fonction du centre de développement ainsi que de la forme des courants de la source.

Dans notre cas on cherche le meilleur cercle de validité qui sera celui qui a le plus petit rayon. Il existe des algorithmes qui permettent de trouver ce cercle.

De même, on peut trouver le centre de l'ellipse, son excentricité ainsi que l'inclinaison du grand axe, en utilisant l'algorithme de [4].

Sur la figure 4. on suppose que la zone d'exclusion est un carré. On considère deux méthodes de mesure, soit mesure sur les points verts qui sont sur la frontière de la zone d'exclusion, soit sur un cercle inscrit dans la zone englobant la source représentée par des cercles rouges et croix rouges.

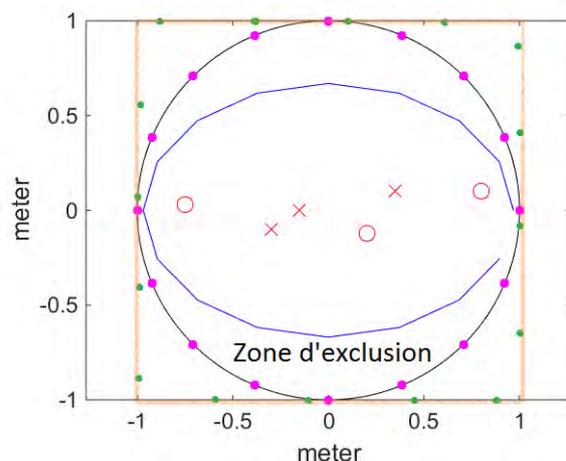


Fig. 4.: Deux dispositifs

La figure 5. représente l'erreur quadratique moyenne des coefficients du développement circulaire en utilisant la géométrie circulaire et elliptique (il existe une matrice de passage entre les coefficients elliptiques et circulaires).

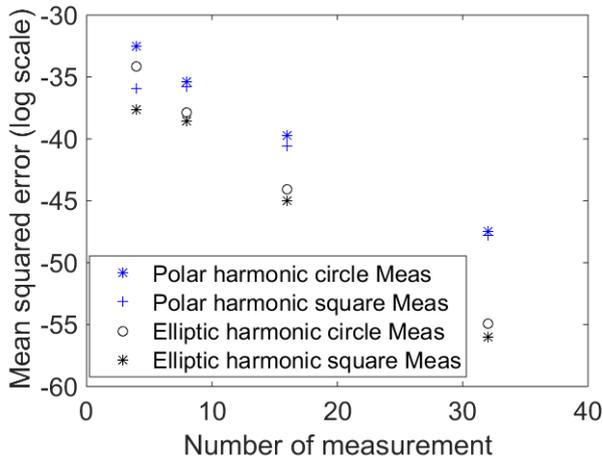


Fig. 5.: Deux dispositifs

Dans cet exemple la géométrie elliptique (ressemblant à la forme de la source) semble mieux adaptée que la géométrie circulaire. Évidemment si on ne connaît pas la répartition des sources (par exemple un boîtier plastique englobe le dispositif) alors le choix de la géométrie avant la mesure devient inutile.

III MUTUELLE

L'objectif est de pouvoir caractériser un circuit équivalent d'un système composé de deux dispositifs, voir figure 6.. Nous supposons que nous sommes en régime sinusoïdal.

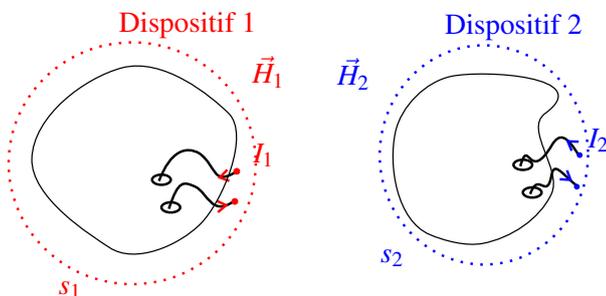


Fig. 6.: Deux dispositifs

On peut poser le problème sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Pour mesurer M_{11} et M_{22} qui sont les mutuelles intrinsèques de chaque dispositif, il faut effectuer les mesures séparément dans une chambre anéchoïque.

Pour la mesure de la mutuelle impédance M_{12} on place les deux dispositifs dans la configuration désirée et dans une chambre anéchoïque. Si on mesure la tension V_1 aux bornes du dispositif 1 lorsque $I_1 = 0$ et le dispositif 2 est alimenté par une source de courant I_2 , alors $M_{12} = \frac{V_1}{j\omega I_2}$

De la même manière que précédemment on peut mesurer M_{21} , mais ceci n'est pas nécessaire car d'après le théorème de réciprocité $M_{21} = M_{12}$.

L'avantage de cette méthode est sa facilité d'application.

A Rappels théoriques

Il existe une autre méthode pour calculer M_{12} en utilisant uniquement les champs magnétique 4 est la formule de la mutuelle inductance en fonction des champs magnétiques et du potentiel vecteur magnétique.

Tout d'abord, pour calculer la mutuelle inductance entre deux sources, il faut choisir une surface (s_1, s_2) englobant une des deux sources. C'est sur cette surface qu'on effectuera l'intégrale des champs magnétiques. Il est important que le volume défini par la surface d'intégration n'englobe qu'une seule source.

$$\frac{1}{I_1 I_2} \iint_{s_2} (\vec{A}_2 \times \vec{H}_1 - \vec{A}_1 \times \vec{H}_2) \cdot d\vec{s} = M_{21} \quad (4)$$

B Méthode des champs séparés

L'objectif est de pouvoir calculer la mutuelle inductance entre deux sources de la manière la plus simple. Notre méthode consiste à la mesurer pour chaque source séparément dans une chambre anéchoïque afin de mesurer uniquement le champ émis par la source.

Ainsi la connaissance des champs magnétiques autour de la source 1, et de la source 2 est nécessaire et suffisante pour calculer la mutuelle inductance dans n'importe quelle situation.

On peut maintenant calculer la mutuelle en utilisant la méthode de [6]. Le schéma 7. résume le mode opératoire pour calculer la mutuelle inductance entre deux sources.

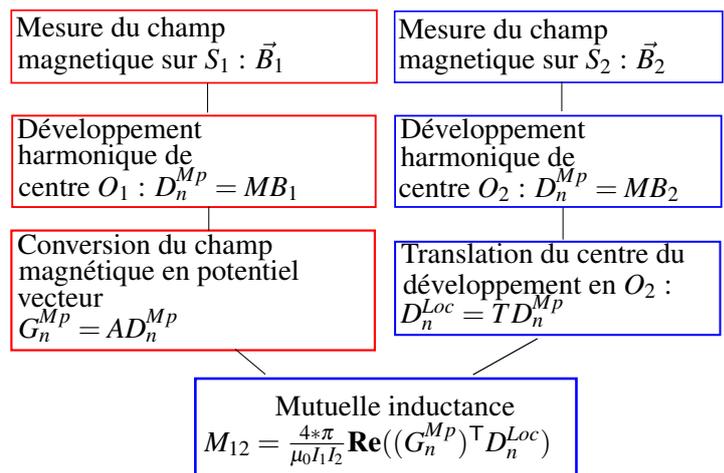


Fig. 7.: Schéma pour calculer la mutuelle inductance

On peut écrire le problème sous forme matricielle:

$$M_{12} I_1 I_2 = B_1^T M^T A^T T M B_2 \quad (5)$$

On définit : B_1, B_2 les champs mesurés, M la matrice inverse des moindres carrés, T la matrice de translation [5] (elle est définie par la position relative entre les deux

sources), et A la matrice qui permet de transformer les coefficients du développement du champ magnétique en coefficient du développement du potentiel vecteur [8].

Ainsi on peut calculer la mutuelle inductance dans n'importe quelle position relative entre les deux sources. Par exemple les algorithmes d'optimisation sous contraintes (taille de la carte électronique etc...) peuvent permettre de trouver quelle est la position optimale des deux sources.

De plus, si une de deux sources possède des induits ou des noyaux ferromagnétiques, la méthode des champs séparés reste valide [7]. Néanmoins si les deux sources possèdent des sources secondaires alors notre méthode n'est plus exacte. Il faut alors mesurer le champ secondaire ($I_{\text{alimentation}} = 0$ d'une source excitée par un champ multipolaire (construit à l'aide de dipôle magnétique)).

IV EXEMPLE MUTUELLE

Nous allons montrer quel est l'impact de la distance entre deux sources lors du calcul de la mutuelle inductance dans le cas de câbles infinis.

Définissons les deux sources de l'exemple numérique (vue en coupe des câbles). Les croix représentent des courants de -1A et les cercles représentent des courants de 1A. La somme des courants est nulle afin d'éviter la modélisation d'un monopole magnétique. Les points noirs représentent la position des points de mesure. Les mesures obtenues vont permettre de calculer les coefficients harmoniques.

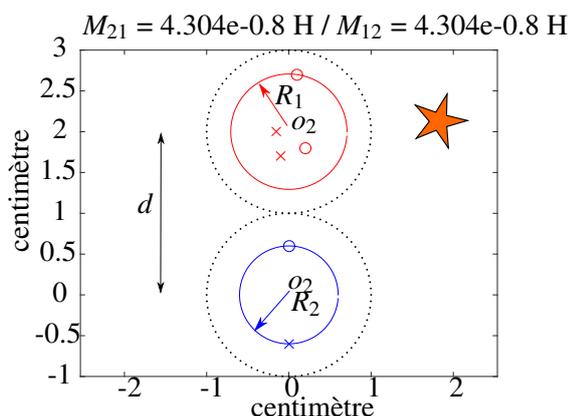


Fig. 8.: Deux sources distantes de 2 cm

Sur la figure 8., les centres des deux sources sont séparés de 2 cm suivant la direction \vec{z} . Les mutuelles M_{21} et la M_{12} sont strictement égales ce qui est conforme au théorème de réciprocité.

Sur la figure 9., les centres des deux sources sont séparés de 1,4 cm suivant la direction \vec{z} . Les mutuelles M_{21} et la M_{12} ont une erreur relative de 0,2% qui provient nécessairement d'erreur numérique. Un des moyens de réduire cette erreur est d'augmenter l'ordre du modèle.

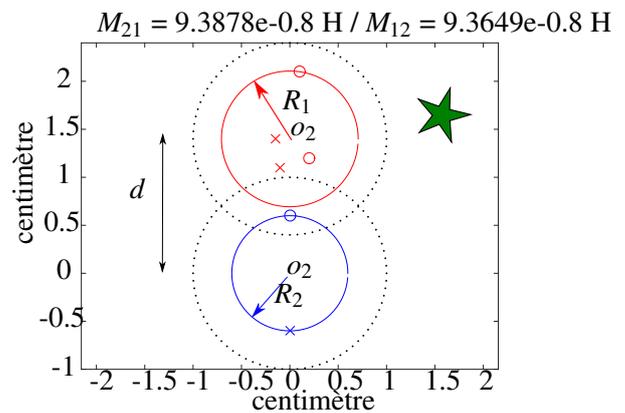


Fig. 9.: Deux sources distantes de 1,4 cm

Mais cela n'est pas suffisant il faut aussi rapprocher les points de mesure du cercle de validité.

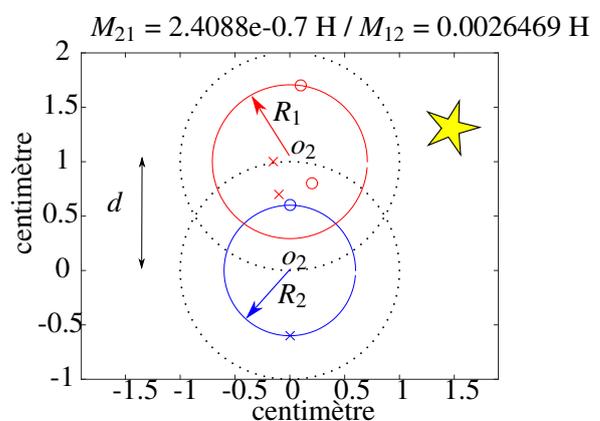


Fig. 10.: Deux sources distantes de 1 cm

Sur la figure 10., les centres des deux sources sont séparés de 1 cm suivant la direction \vec{z} , et les mutuelles M_{21} et M_{12} ne sont plus égales. On remarque que les deux cercles de validités s'intersectent, on pourrait donc penser que le champ n'est pas valide à l'intérieur du cercle de validité. Cependant comme la surface d'intégration $S(R_2, O)$ englobe uniquement la source 2 la mutuelle M_{21} est juste, contrairement à la mutuelle M_{12} .

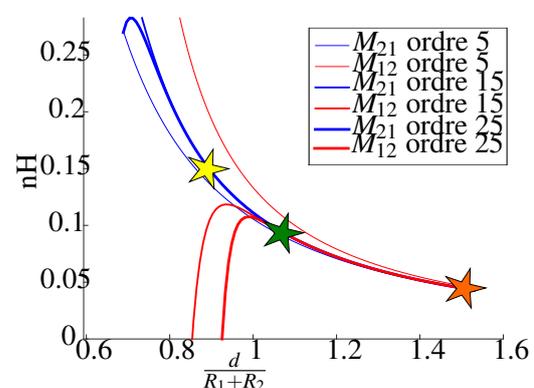


Fig. 11.: Mutuelle inductance en fonction de la distance

Pour avoir une mutuelle inductance précise il faut utiliser un maximum d'ordre (voir figure 11.), de plus le

choix de la surface d'intégration conditionne la validité de la mutuelle inductance et peut permettre de calculer une mutuelle inductance de deux sources très proches.

V CONCLUSION ET PERSPECTIVE

Nous avons montré comment l'utilisation de la reconstruction de source par le développement harmonique base cylindrique à base circulaire permet calculer la mutuelle inductance entre deux sources. Cette méthode de calcul de la mutuelle inductance peut être appliquée aux autres systèmes de coordonnées. De plus la méthode des champs séparés permet de calculer la mutuelle inductance en limitant le nombre de mesure. Nous avons montré que la forme d'une source ne permet pas de choisir une géométrie pour calculer la mutuelle inductance avec une autre source. Il faut avoir une information a priori sur la répartition des courants.

La méthode présente des limites, il n'est pas possible de l'utiliser si la "zone d'exclusion" est restreinte, de plus la présence d'induit ou de matériaux ferromagnétique créée des sources de rayonnement secondaire qui ne peuvent pas être systématiquement négligées (sauf si une des deux sources présentent ce type de rayonnement, notre méthode reste alors valide)

Un banc de mesure est en cours de développement qui permettra de valider notre méthode.

- [1] J.-R. Regue, M. Ribo, J.-M. Garrell, and A. Martin., *A genetic algorithm based method for source identification and far-field radiated emissions prediction from near-field measurements for pcb characterization*, Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on, 43(4) 520-530, Nov 2001.
- [2] T. Q. V. Hoang, A. Bréard, and C. Vollaire, *Near Magnetic Field Coupling Prediction Using Equivalent Spherical Harmonic Sources*, IEEE Trans.on EMC, Vol. 56, n6, pp. 1457-1465, 2014.
- [3] P. Moon and D. Spencer, *Field theory handbook: including coordinate systems, differential equations and their solutions*, Springer-Verlag, 1988.
- [4] Moshtagh, N., *Minimum volume enclosing ellipsoid*, GRASP Laboratory, University of Pennsylvania.
- [5] Christopher A. and HeadGordon, Martin, *Rotating around the quartic angular momentum barrier in fast multipole method calculations* White, The Journal of Chemical Physics, 105,5061-5067 (1996).
- [6] Billy C.Brock, *Using vector spherical harmonics to compute antenna mutual impedance from measured or computed fields*, SANDIA Report, April 2001.
- [7] J. H. Richmond, *A Reaction Theorem and Its Application to Antenna Impedance Calculations*, IRE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-9, no. 6, pp 515-520, November 1961.
- [8] P. Schnizer, B. Schnizer, P. Akishin, E. Fischer, *Theory and application of plane elliptic multipoles for static magnetic fields*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 607 (2009) 505–516. DOI 10.1016/j.nima.2009.06.007.
- [9] Olivier. Pinaud, *Characterization, Modeling and Identification of magnetic field sources inside an electric vehicle*, Université Grenoble Alpes, November 2014.

A piecewise affine approach to nonlinear performance

Sérgio Waitman

Laurent Bako, Paolo Massioni and Gérard Scorletti

Laboratoire Ampère Dpt. EEA of Ecole Centrale de Lyon

Date effective de début du travail : 01/10/2014

Financement du salaire du doctorant : Contrat doctoral Ecole Centrale de Lyon

Résumé— Dans cette thèse on envisage de contribuer au développement d'outils efficaces pour l'analyse de performance de systèmes non-linéaires. Afin d'aborder ce problème, on considère la notion de stabilité incrémentale, qui est une notion plus forte de stabilité pour les systèmes dynamiques. La stabilité incrémentale peut être évaluée à travers des techniques de dissipativité, mais résultant en des conditions qui peuvent être difficiles à évaluer de façon efficace. On envisage de relâcher le problème en considérant des approximations affines par morceaux (PWA), qui permettent d'écrire des conditions suffisantes qui peuvent être résolues de façon efficace via l'optimisation convexe. Le but final est d'être capable d'assurer des contraintes de performance pour certaines classes de systèmes non-linéaires incertains de façon efficace et moins conservative.

Abstract— In this Ph.D. we aim to contribute to the development of efficient tools for performance analysis of nonlinear systems. In order to address this problem, we consider the concept of incremental stability, which is a stronger notion of stability for dynamical systems. Incremental stability may be assessed through dissipativity techniques, though resulting in conditions that may be hard to solve efficiently. We aim to relax this problem by considering piecewise affine (PWA) approximations, which allows us to write sufficient conditions that can be efficiently solved through convex optimization. The final goal is to be able to ensure performance constraints over some classes of uncertain nonlinear systems efficiently and with less conservatism.

I INTRODUCTION

Advances in performance requirements for engineered systems have pushed the need to address increasingly complex models. As a consequence, the traditional approach of considering linear approximations might prove unsatisfying in describing important dynamics of the system. There is then a demand for efficient tools to assess performance of nonlinear systems, such as tracking, noise rejection and robustness. The goal of this Ph.D.

is to provide ways to cope with these needs through the use of the notion of incremental stability and piecewise affine descriptions of nonlinear systems.

The concept of incremental stability has been attracting some attention over the last years as it ensures some qualitative properties that are useful when dealing with problems such as tracking, synchronization and observer design for nonlinear systems [1, 2]. Broadly speaking, incremental stability deals with the stability of every system state trajectory with respect to each other. Several similar but different notions of incremental stability have been studied throughout the years, such as incremental asymptotic stability and incremental input-to-state stability [3], as well as convergence [4] and contraction [5].

The success of the weighted H_∞ norm approach to robust analysis of linear time-invariant (LTI) systems [6] has led to several attempts to find a suitable extension for nonlinear systems. Among the propositions, the \mathcal{L}_2 -gain emerged as a natural candidate. However, \mathcal{L}_2 -gain stability is not enough to guarantee certain desired specifications such as unique steady state and disturbance rejection. Introduced in the seminal work of Zames [7], the incremental \mathcal{L}_2 -gain was recently applied to cope with these shortcomings [2], as it brings together the qualitative behavior of incrementally stable systems with a quantitative characterization of performance through the assessment of a weighted incremental gain.

The characterization of the incremental \mathcal{L}_2 -gain of nonlinear systems may be done via the solution of Hamilton-Jacobi-Bellman inequalities [8]. These might prove too difficult to solve efficiently, hindering the analysis in the general case. In this regard, a special class of nonlinear systems given by a piecewise affine (PWA) state representation has been the subject of increasing contributions as of late. This is mostly due to two concurring factors: 1) PWA functions allow the description of a wide range of nonlinearities appearing in applied control theory – such as saturations, relays and dead zones – as well as the arbitrary approximation of a broad class of nonlinear functions; 2) Their description remains quite

similar to that of LTI systems, so that most of the results from linear control theory can be efficiently transposed, notably with respect to the possibility of recasting the analysis as an optimization problem constrained by linear matrix inequalities (LMIs).

The stability analysis of PWA systems using piecewise quadratic Lyapunov functions has been introduced by Johansson and Rantzer as a feasibility problem of a set of LMIs using the S-procedure [9]. This approach to stability analysis has been broadened by several authors (see e.g. [10]), and can be extended to assess \mathcal{L}_2 -gain stability with the aid of dissipativity theory [11]. The use of piecewise quadratic functions can greatly reduce conservatism, and hence guarantee stability and performance where quadratic functions fail.

The problem of assessing the incremental \mathcal{L}_2 -gain of PWA systems has been addressed before in [12], where the search for a quadratic storage function is cast as a series of LMIs by considering an associated linear parameter-varying problem. A somewhat similar approach is taken in [13, 14], in the context of convergent systems.

We are interested in finding suitable sufficient conditions under which a PWA system is incrementally \mathcal{L}_2 -gain stable. To achieve this, we apply the celebrated dissipativity analysis introduced by Willems [15] to a conveniently defined fictitious augmented system [16]. By using the S-procedure as in [9], we are able to propose continuous piecewise quadratic storage functions, which was not possible with the approach in [12]. We give a set of conditions allowing their construction, expressed as LMIs which can be efficiently solved numerically. These conditions are shown to be less conservative than the results in [12].

The report is organized as follows. Section II states the problem of incremental stability. In Section III, the proposed approach is outlined, leading to the main result presented in Section IV. Finally, Section V contains a few numerical examples illustrating the results and Section VI presents the conclusion and perspectives for the remaining year.

Notation

We denote by $\|\cdot\|$ the Euclidean norm. The real half line $[0, +\infty)$ is denoted by \mathbb{R}_+ , and $\mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$ is denoted by \mathbb{R}_+^* . For a vector $v \in \mathbb{R}^n$, $v \succ 0$ (resp. $v \succeq 0$) is equivalent to $v_i > 0$ (resp. $v_i \geq 0$), $\forall i$. For a matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $A \succ 0$ (resp. $A \succeq 0$) denotes that A is positive definite (resp. semi-definite). The symbol \bullet replaces the corresponding symmetric block in a symmetric matrix. The $n \times n$ identity matrix is denoted by I_n , and $\bar{I}_n \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$

and $\bar{J}_n \in \mathbb{R}^{(2n+1) \times (2n+1)}$ denote the following matrices

$$\bar{I}_n = \begin{bmatrix} I_n & -I_n \\ -I_n & I_n \end{bmatrix} \quad \bar{J}_n = \begin{bmatrix} I_n & -I_n & 0 \\ -I_n & I_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

\mathcal{L}_2 is the space of square integrable \mathbb{R}^n -valued functions defined on \mathbb{R} , and the associated norm is defined by $\|f\|_2 = (\int \|f(t)\|^2 dt)^{1/2}$. The causal truncation $P_T f$ is defined by $P_T f(t) = f(t)$ for $t \leq T$ and 0 otherwise. The extended space \mathcal{L}_2^e is the space of \mathbb{R}^n -valued functions defined on \mathbb{R} whose causal truncations belong to \mathcal{L}_2 . The function $\phi : [0, +\infty) \times [0, +\infty) \times X \times \mathcal{L}_2^e$ is called the *state transition map* and is such that $x(t) = \phi(t, t_0, x_0, u)$ is the state x attained at instant t when the system is driven from x_0 at the instant t_0 by the input u .

A function $\rho : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ is said to be positive definite if it is such that $\rho(0) = 0$ and $\rho(r) > 0$, $\forall r \neq 0$. We denote by \mathcal{K} the class of continuous and strictly increasing functions $\alpha : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ for which $\alpha(0) = 0$. A function α is of class \mathcal{K}_∞ if it is of class \mathcal{K} and unbounded. A continuous function $\beta : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ is of class \mathcal{KL} if for any fixed $s \geq 0$, $\beta(\cdot, s) \in \mathcal{K}$ and $\beta(s, \cdot)$ is non-increasing with $\lim_{t \rightarrow \infty} \beta(s, t) = 0$.

II PROBLEM FORMULATION

Let us consider a dynamical system $\Sigma : \mathcal{L}_2^e \rightarrow \mathcal{L}_2^e$

$$y = \Sigma(u) \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (2)$$

We shall be concerned with nonlinear dynamical systems presenting a PWA representation given by

$$y = \Sigma(u) \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + a_i + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) + c_i + D u(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad \text{for } x(t) \in X_i \quad (3)$$

where $x(t) \in X \subseteq \mathbb{R}^n$ is the state, $u \in \mathcal{L}_2^e$ is the input taking values in $U \subseteq \mathbb{R}^p$ containing the origin, and $y \in \mathcal{L}_2^e$ is the output taking values in $Y \subseteq \mathbb{R}^m$. X_i denotes a region of the state space X , where $i \in \mathcal{I} := \{1, \dots, N\}$, and the state partition $\{X_i\}_{i \in \mathcal{I}}$ is comprised of closed convex polyhedral sets $X_i = \{x \in X \mid G_i x + g_i \succeq 0\}$ with pairwise disjoint non-empty interiors and such that $\bigcup_{i \in \mathcal{I}} X_i = X$. From the geometry of X_i , the intersection between two different regions $X_i \cap X_j$ is always contained in a hyperplane, i.e. $X_i \cap X_j \subseteq \{x \in X \mid E_{ij} x + e_{ij} = 0\}$.

We require that (3) respects the following assumptions.

Assumption II.1 *In regions X_i that contain the origin, $a_i = 0$ and $c_i = 0$, so that $x = 0$ is an equilibrium point of (3) with zero input and zero output.*

Assumption II.2 *The PWA system (3) does not present sliding modes on the boundaries of the polyhedral sets X_i .*

We begin by defining the \mathcal{L}_2 -gain of a dynamical system.

Definition II.1 *The system (3) is said to be \mathcal{L}_2 -gain stable if there exists $\gamma \geq 0$ such that for all $u \in \mathcal{L}_2$ we have*

$$\int_0^\infty \|y(t)\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \|u(t)\|^2 dt \quad (4)$$

for $y = \Sigma(u)$ with $x_0 = 0$. We define the \mathcal{L}_2 -gain of Σ as the smallest γ for which (4) holds.

We shall be concerned with the incremental \mathcal{L}_2 -gain stability of (3), as defined in [17].

Definition II.2 *The system (3) is said to be incrementally \mathcal{L}_2 -gain stable if it is \mathcal{L}_2 -gain stable and there exists $\eta \geq 0$ such that for all $u, \tilde{u} \in \mathcal{L}_2$ we have*

$$\int_0^\infty \|y(t) - \tilde{y}(t)\|^2 dt \leq \eta^2 \int_0^\infty \|u(t) - \tilde{u}(t)\|^2 dt \quad (5)$$

for $y = \Sigma(u)$ and $\tilde{y} = \Sigma(\tilde{u})$ with the same initial condition x_0 . We define the incremental \mathcal{L}_2 -gain of Σ as the smallest η for which (5) holds.

In this report we shall consider the problem of finding an upper bound to the incremental \mathcal{L}_2 -gain of (3), when possible, using dissipativity tools as outlined in the next section.

In Definition II.2, we compare the output corresponding to two different trajectories $\Sigma(u)$ and $\Sigma(\tilde{u})$ stemming from the same initial condition. This is due to the fact that incremental \mathcal{L}_2 -gain stability is essentially an input-output property, which characterizes the behavior of the output with respect to a set of inputs. The behavior with respect to different initial conditions can be studied using the notion of incremental asymptotic stability, adapted from [3].

Definition II.3 *We say that system (3) is incrementally asymptotically stable on X if there exists a function β of class \mathcal{KL} so that for all $x_0, \tilde{x}_0 \in X$, for all $u \in \mathcal{L}_2^e$ and all $t \geq 0$ the following holds*

$$\|x(t) - \tilde{x}(t)\| \leq \beta(\|x_0 - \tilde{x}_0\|, t) \quad (6)$$

with $x(t) = \phi(t, 0, x_0, u)$ and $\tilde{x}(t) = \phi(t, 0, \tilde{x}_0, u)$. If $X = \mathbb{R}^n$, the system is said to be incrementally globally asymptotically stable.

The incremental asymptotic stability is concerned with the convergence of system trajectories stemming from different initial conditions and under the same input. It can be seen as a representation of the transient response of the system, which fades away in a rate given by the function β .

III PROPOSED APPROACH

A Dissipativity characterization of incremental \mathcal{L}_2 -gain stability

We shall use the dissipativity framework to analyze the incremental \mathcal{L}_2 -gain stability of system (3). We recall the following definition of dissipative systems introduced by Willems [15].

Definition III.1 *A dynamical system Σ is said to be dissipative with respect to the supply rate $w : U \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ if there exists a nonnegative function $S : X \rightarrow \mathbb{R}_+$, called the storage function, such that for all $t_1, t_0 \in \mathbb{R}_+$, $t_1 \geq t_0$, $x(t_0) \in X$ and $u \in \mathcal{U}$,*

$$S(x(t_1)) - S(x(t_0)) \leq \int_{t_0}^{t_1} w(u(t), y(t)) dt \quad (7)$$

where $x(t_1) = \phi(t_1, t_0, x(t_0), u)$.

The incremental \mathcal{L}_2 -gain stability of system (3) can be assessed via dissipativity analysis of a fictitious augmented system $\Sigma_f : \mathcal{L}_2^e \times \mathcal{L}_2^e \rightarrow \mathcal{L}_2^e$ given by

$$\bar{y} = \Sigma_f(\bar{u}) = \Sigma(u) - \Sigma(\tilde{u}) \quad (8)$$

with $\bar{u} = [u^T \ \tilde{u}^T]^T$. We note that $\bar{y}(t) = y(t) - \tilde{y}(t)$. The incremental \mathcal{L}_2 -gain stability of (3) is connected to the dissipativity of the augmented system (8) through the following lemma [16].

Lemma III.1 *The system Σ has an incremental \mathcal{L}_2 -gain less than or equal to η if the auxiliary system Σ_f is dissipative with respect to the supply rate*

$$w(\bar{u}(t), \bar{y}(t)) = \eta^2 \|u(t) - \tilde{u}(t)\|^2 - \|\bar{y}(t)\|^2 \quad (9)$$

Hence, the incremental \mathcal{L}_2 -gain stability problem amounts to find a suitable storage function S such that (10) is dissipative with respect to the supply rate (9).

The next result from [18] gives an important characteristic of the storage function S for the augmented system, and shall be useful in what follows.

Lemma III.2 *Let the state x be reachable in finite time from the origin. Then, if S is a storage function for the augmented system (10), $S(x, x) = 0$.*

Considering the PWA structure of the system (3), the augmented system Σ_f given by (8) can be written as

$$\bar{y} = \Sigma_f(\bar{u}) \begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_{ij}\bar{x}(t) + \bar{B}_{ij}\bar{u}(t) \\ \bar{y}(t) = \bar{C}_{ij}\bar{x}(t) + \bar{D}\bar{u}(t) \\ \bar{x}(0) = \bar{x}_0 \end{cases} \quad \text{for } \bar{x}(t) \in X_{ij} \quad (10)$$

where

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \\ 1 \end{bmatrix} & \bar{u} &= \begin{bmatrix} u \\ \tilde{u} \end{bmatrix} \\ \bar{A}_{ij} &= \begin{bmatrix} A_i & 0 & a_i \\ 0 & A_j & a_j \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \bar{B}_{ij} &= \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ 0 & B_j \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{C}_{ij} &= [C_i \quad -C_j \quad c_i - c_j] & \bar{D} &= [D \quad -D] \end{aligned} \quad (11)$$

The space \bar{X} is defined as $\bar{X} = X \times X \times \{1\}$, and regions X_{ij} are defined as $X_{ij} = \{\bar{x} \in \bar{X} \mid x \in X_i \text{ and } \tilde{x} \in X_j\}$. Each region X_{ij} is described by $X_{ij} = \{\bar{x} \in \bar{X} \mid \bar{G}_{ij}\bar{x} \geq 0\}$ where

$$\bar{G}_{ij} = \begin{bmatrix} G_i & 0 & g_i \\ 0 & G_j & g_j \end{bmatrix} \quad (12)$$

Analogously to the state partition $\{X_i\}_{i \in \mathcal{I}}$ of system Σ , the intersection between any two regions X_{ij} and X_{kl} of Σ_f is either empty or contained in the hyperplane given by

$$X_{ij} \cap X_{kl} \subseteq \{\bar{x} \in \bar{X} \mid \bar{E}_{ijkl}\bar{x} = 0\} \quad (13)$$

The dissipativity theory gives a relation between input-output relations and the state space. As is the case for Lyapunov stability, the problem remains to find a suitable storage function. The choice of a quadratic function (as in [12]), while perfectly adapted for linear systems, might prove too restrictive in the general nonlinear case. In this report we propose continuous piecewise quadratic storage functions of the form

$$S(x, \tilde{x}) = \begin{cases} (x - \tilde{x})^T P_i (x - \tilde{x}) & \text{for } \bar{x} \in X_{ii} \\ \bar{x}^T \bar{P}_{ij} \bar{x} & \text{for } \bar{x} \in X_{ij}, i \neq j \end{cases} \quad (14)$$

We remark that the choice of a quadratic function of $(x - \tilde{x})$ on cells X_{ii} does not lead to any loss of generality with respect to general piecewise quadratic functions of \bar{x} , as it is a consequence of the reachability of the state space through Lemma III.2. In regions X_{ii} the storage function can also be written as $S(x, \tilde{x}) = \bar{x}^T \bar{P}_{ii} \bar{x}$, with \bar{P}_{ii} the matrix given by

$$\bar{P}_{ii} = \begin{bmatrix} P_i & -P_i & 0 \\ -P_i & P_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

IV MAIN RESULTS

In this section we state Theorem IV.1, the main result of this report. It gives sufficient conditions to find an upper bound to the incremental \mathcal{L}_2 -gain and for incremental asymptotic stability. The proof is based on the dissipativity arguments presented in the previous section.

Theorem IV.1 *If there exist symmetric matrices $P_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ and $\bar{P}_{ij} \in \mathbb{R}^{(2n+1) \times (2n+1)}$; $U_{ij}, R_{ij}, W_{ij} \in \mathbb{R}^{p_{ij} \times p_{ij}}$*

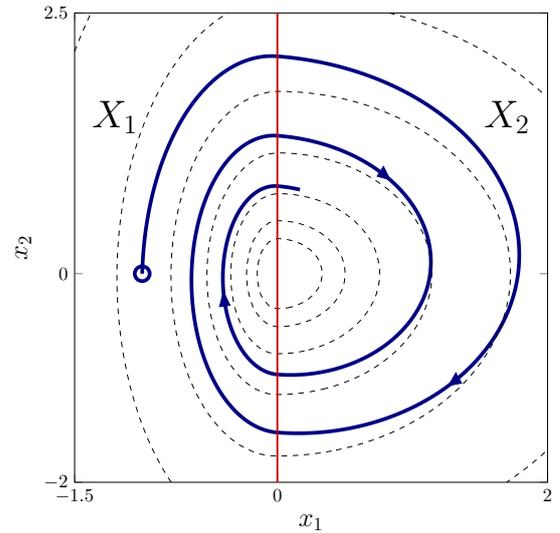


Fig. 1.: A sample trajectory of the system in Example 1 for $u \equiv 0$ illustrating the state space partitioning

with nonnegative coefficients and zero diagonal; $L_{ijkl} \in \mathbb{R}^{(2n+1) \times 1}$ and $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 > 0$ such that (16), (17) and

$$\bar{P}_{ij} = \bar{P}_{kl} + L_{ijkl} \bar{E}_{ijkl} + \bar{E}_{ijkl}^T L_{ijkl}^T \quad (18)$$

are satisfied, then S given by (14) is a storage function such that the augmented system (10) is dissipative with respect to (9), so that system (3) is incrementally \mathcal{L}_2 -gain stable, and has an incremental \mathcal{L}_2 -gain less than or equal to η .

V NUMERICAL EXAMPLES

In this section we consider some examples that illustrate the application of the previous results. Example 1 shows how piecewise quadratic storage functions allow us to compute an upper bound where quadratic functions fail. Finally, in Example 2, the continuous piecewise quadratic structure is highlighted through a contour plot of the storage function.

Example 1. Consider the PWA system given by (3) with

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.1 & 1 \\ -5 & -0.1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.1 & 1 \\ -1 & -0.1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$a_1 = a_2 = 0$, $B_1 = B_2 = [0 \quad 1]^T$, $C_1 = C_2 = [1 \quad 0]$, $c_1 = c_2 = 0$ and $D = 0$. The state space partition is illustrated in Fig. 1., along with a sample trajectory for $u \equiv 0$. Fig. 2. presents some trajectories of Σ for different initial conditions and a sinusoidal input, where we can see they all converge to one another in a stable limit cycle, which suggests that the system is incrementally asymptotically stable.

We can show that the approach in [12] is not able to find a quadratic storage function for this system. The conditions in [12] give a quadratic storage function that,

$$\begin{cases} P_i - \sigma_1 I_n \succeq 0 \\ P_i - \sigma_2 I_n \preceq 0 \\ \begin{bmatrix} A_i^T P_i + P_i A_i + C_i^T C_i + \sigma_3 I_n & P_i B_i + C_i^T D \\ \bullet & D^T D - \eta^2 I_p \end{bmatrix} \preceq 0 \end{cases} \quad \text{for } i \in \mathcal{I} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \bar{P}_{ij} - \sigma_1 \bar{J}_n - \bar{G}_{ij}^T U_{ij} \bar{G}_{ij} \succeq 0 \\ \bar{P}_{ij} - \sigma_2 \bar{J}_n + \bar{G}_{ij}^T R_{ij} \bar{G}_{ij} \preceq 0 \\ \begin{bmatrix} \bar{A}_{ij}^T \bar{P}_{ij} + \bar{P}_{ij} \bar{A}_{ij} + \bar{C}_{ij}^T \bar{C}_{ij} + \sigma_3 \bar{J}_n + \bar{G}_{ij}^T W_{ij} \bar{G}_{ij} & \bar{P}_{ij} \bar{B}_{ij} + \bar{C}_{ij}^T \bar{D} \\ \bullet & \bar{D}^T \bar{D} - \eta^2 \bar{I}_p \end{bmatrix} \preceq 0 \end{cases} \quad \text{for } (i, j) \in \mathcal{I} \times \mathcal{I}, i \neq j \quad (17)$$

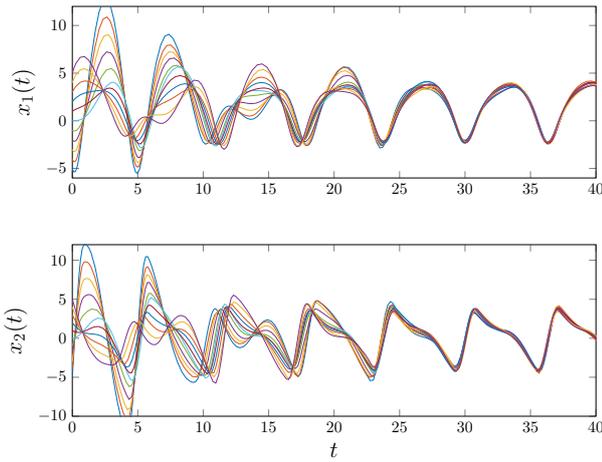


Fig. 2.: Response of the system in Example 1 for a sinusoidal input and different initial conditions

when found, is also an incremental Lyapunov function. Then, based on Lemma 5.1 from [19], this system must admit a quadratic Lyapunov function. Since we can show that no quadratic Lyapunov function exists¹, no quadratic storage function may exist. Using Theorem IV.1, a piecewise quadratic storage function may be found and we compute an upper bound to the incremental \mathcal{L}_2 -gain gain of $\eta = 5.005$. Additionally, Theorem IV.1 also ensures that the system is incrementally asymptotically stable. This example illustrates how the search for a piecewise quadratic storage function is less conservative than a single quadratic function, and allows us to conclude where the latter fails.

Example 2. Let us consider the linear system described by the transfer function

$$H(s) = \frac{s+3}{s+1} \quad (20)$$

that is negatively fed back with a saturated linear gain σ

¹The search for a quadratic Lyapunov function can be expressed as a set of LMIs whose feasibility is a necessary and sufficient condition for quadratic stability, and for which no solution can be found.

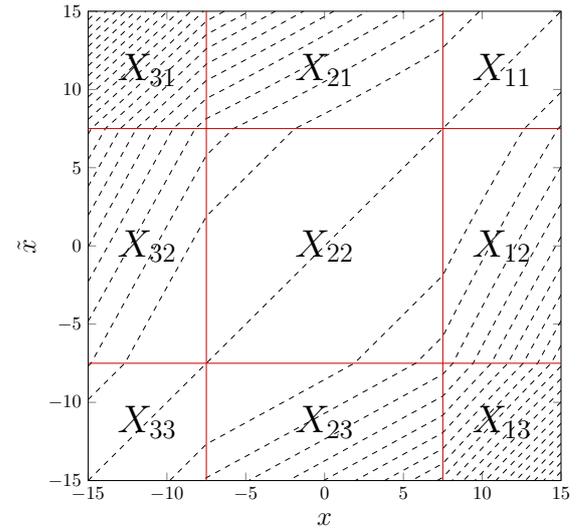


Fig. 3.: Contour plot of the storage function for the augmented system in Example 2 illustrating its PWA structure

given by

$$\sigma(y) = \begin{cases} h & y > \frac{h}{k} \\ ky & |y| \leq \frac{h}{k} \\ -h & y < -\frac{h}{k} \end{cases} \quad (21)$$

The closed loop system admits a PWA representation given by

$$\begin{aligned} A_1 &= -1 & A_2 &= -\frac{3k+1}{k+1} & A_3 &= -1 \\ a_1 &= -2h & a_2 &= 0 & a_3 &= 2h \end{aligned} \quad (22)$$

and $B_i = 2$, $C_i = 1$, $c_i = 0$, for all $i \in \mathcal{I}$, and $D = 1$. For $h = 5$ and $k = 1$, applying Theorem IV.1 one can find a continuous piecewise quadratic storage function S that ensures global incremental asymptotic stability. Fig. 3. presents the contour plot of S , where we can see it is indeed a piecewise quadratic function of \bar{x} . This highlights how the storage function (14) is more flexible than a quadratic function, and thus the results obtained are potentially less conservative.

VI CONCLUSION AND PERSPECTIVES

This report presents conditions allowing the construction of a continuous piecewise quadratic storage function to assess incremental \mathcal{L}_2 -gain stability. This approach has been shown to yield less conservative results in comparison to single quadratic functions. Future work will be directed at expressing the connection between incremental \mathcal{L}_2 -gain and incremental asymptotic stability through some observability notion. Furthermore, we aim to extend the analysis to general nonlinear systems through PWA approximations, in order to provide an efficient tool for the weighted incremental norm framework. The final goal is to be able to perform robustness analysis on uncertain nonlinear systems. The study of uncertainties shall be pursued by considering Integral Quadratic Constraints (IQC) together with PWA approximations of scalar and multivariable static nonlinearities.

REFERENCES

- [1] V. Fromion, G. Scorletti, and G. Ferreres, “Nonlinear performance of a PI controlled missile: an explanation,” *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, vol. 9, no. 8, pp. 485–518, 1999.
- [2] V. Fromion, S. Monaco, and D. Normand-Cyrot, “The weighted incremental norm approach: from linear to nonlinear H_∞ control,” *Automatica*, vol. 37, no. 10, pp. 1585–1592, 2001.
- [3] D. Angeli, “A Lyapunov approach to incremental stability properties,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 47, no. 3, pp. 410–421, 2002.
- [4] A. V. Pavlov, N. van de Wouw, and H. Nijmeijer, *Uniform Output Regulation of Nonlinear Systems - A Convergent Dynamics Approach*, 1st ed., ser. Systems & Control: Foundations & Applications. Birkhäuser Basel, 2006.
- [5] W. Lohmiller and J.-J. E. Slotine, “On contraction analysis for non-linear systems,” *Automatica*, vol. 34, no. 6, pp. 683–696, 1998.
- [6] G. Zames, “Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 26, no. 2, pp. 301–320, 1981.
- [7] —, “Functional analysis applied to nonlinear feedback systems,” *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. 10, no. 3, pp. 392–404, September 1963.
- [8] M. R. James, “A partial differential inequality for dissipative nonlinear systems,” *Syst. Control Lett.*, vol. 21, no. 4, pp. 315–320, 1993.
- [9] M. Johansson and A. Rantzer, “Computation of piecewise quadratic Lyapunov functions for hybrid systems,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 43, no. 4, pp. 555–559, 1998.
- [10] O. Ameer, P. Massioni, G. Scorletti, X. Brun, and M. Smaoui, “Lyapunov stability analysis of switching controllers in presence of sliding modes and parametric uncertainties with application to pneumatic systems,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, 2016, (to appear in print).
- [11] M. Johansson, *Piecewise Linear Control Systems: A Computational Approach*, ser. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer Berlin Heidelberg, 2003, vol. 284.
- [12] B. G. Romanchuk and M. C. Smith, “Incremental gain analysis of piecewise linear systems and application to the antiwindup problem,” *Automatica*, vol. 35, no. 7, pp. 1275 – 1283, 1999.
- [13] A. Pavlov, N. van de Wouw, and H. Nijmeijer, “Convergent piecewise affine systems: analysis and design part I: continuous case,” in *Proc. IEEE Conf. Decis. Control and Europ. Control Conf.*, Dec 2005, pp. 5391–5396.
- [14] A. Pavlov, A. Pogromsky, N. van de Wouw, H. Nijmeijer, and K. Rooda, “Convergent piecewise affine systems: analysis and design part II: discontinuous case,” in *Proc. IEEE Conf. Decis. Control and Europ. Control Conf.*, Dec 2005, pp. 5397–5402.
- [15] J. C. Willems, “Dissipative dynamical systems part I: General theory,” *Arch. Rational Mech. Anal.*, vol. 45, no. 5, pp. 321–351, 1972.
- [16] V. Fromion, S. Monaco, and D. Normand-Cyrot, “A possible extension of H_∞ control to the nonlinear context,” in *Proc. IEEE Conf. Decis. Control*, vol. 2, Dec 1995, pp. 975–980 vol.2.
- [17] V. Fromion and G. Scorletti, “A theoretical framework for gain scheduling,” *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, vol. 13, no. 10, pp. 951–982, 2003.
- [18] B. G. Romanchuk and M. R. James, “Characterization of the L_p incremental gain for nonlinear systems,” in *Proc. IEEE Conf. Decis. Control*, vol. 3, Dec 1996, pp. 3270–3275.
- [19] D. Angeli, “Further results on incremental input-to-state stability,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 54, no. 6, pp. 1386–1391, June 2009.